

Berechnung und Optimierung permanenterregter Maschinen am Beispiel von Generatoren für Windkraftanlagen

Vom Fachbereich 18
Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung der Würde
eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Michael Henschel
geboren am 27. Mai 1974 in Mainz

| | |
|-----------------------------|------------------------------|
| Referent: | Prof. Dr.-Ing. T. Hartkopf |
| Korreferent: | Prof. Dr.-Ing. W.-R. Canders |
| Tag der Einreichung: | 7.3.2006 |
| Tag der mündlichen Prüfung: | 12.5.2006 |

D 17

Darmstädter Dissertation

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Regenerative Energien des Instituts für Elektrische Energiesysteme der Technischen Universität Darmstadt.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Th. Hartkopf, dem Leiter des Fachgebiets, der mir sein Vertrauen entgegengebracht hat, selbständig zu arbeiten und meinen Ideen freien Lauf zu lassen. Dadurch konnte ich bei verschiedenen Projekten sowohl technische, als auch organisatorische Erfahrungen gewinnen. Falls Probleme auftraten stand er immer an meiner Seite. Ich danke ihm zudem für die Übernahme des Referats.

Herrn Prof. Dr.-Ing. W.-R. Canders, Leiter des Instituts für Elektrische Maschinen, Antriebe und Bahnen der TU Braunschweig, danke ich für das dieser Arbeit entgegengebrachte Interesse und die Übernahme des Korreferates. Insbesondere möchte ich seine menschliche und freundschaftliche Umgangsart hervorheben, mit der er mir in den gemeinsamen Gesprächen gegenüber getreten ist.

Ausserdem danke ich Herrn Dr.-Ing. Stephan Jöckel, der mich zur Promotion ermutigt hat und währenddem immer für Diskussionen bereit stand. Für die fruchtbaren Diskussionen, die verlässliche Hilfe und das angenehme Arbeitsklima am Institut möchte ich auch meinen Kollegen und allen Mitarbeitern des Instituts, aber auch den Angehörigen der Werkstatt herzlich danken. Des weiteren danke ich auch den Studenten, die im Rahmen von Studien- und Diplomarbeiten zu dieser Arbeit beigetragen haben.

Schließlich möchte ich meinen Eltern danken, die mir meine Ausbildung ermöglicht haben.

Kurzfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Berechnung und optimalen Auslegung von permanenterregten Maschinen am Beispiel von langsam drehenden Synchrongeneratoren für direkt angetriebene Windkraftanlagen. Zur Berechnung des magnetischen Kreises wurde die Finite-Elemente-Methode herangezogen, welche es erlaubt, den Magnetkreis mit seiner exakten Geometrie und seinen nichtlinearen Materialeigenschaften nachzubilden.

Die FE-Modellierung fand unter Vernachlässigung der axialen Randeffekte in 2D statt. Eine mögliche Schrägung wurde durch diskrete Schrägungssegmente und die Rotordrehung durch diskrete Rotorpositionen berücksichtigt. Der magnetische Kreis wurde statisch und transient berechnet. Die Resultate der FEM Magnetkreisberechnung wurden herangezogen, um die Wirbelstromverluste im Rotor und die Eisenverluste im Ständerblechpaket zu berechnen. Die Ergebnisse Berechnungsmodelle wurden mit Messergebnissen eines Generators validiert, der mit dem hier untersuchten Konzept vergleichbar ist.

In der Regel werden für die Optimierung (hier: eines Generators) mehrere Ziele (z.B. minimales Gewicht, minimale Kosten, maximaler Wirkungsgrad etc.) angestrebt, welche sich zumeist gegenläufig verhalten. Es wurde ein mehrkriterieller Optimierungsalgorithmus implementiert, welcher die effiziente Menge der Zielfunktionen und die Pareto-Menge des Parametervektors bestimmt. Damit ist es möglich, das „Kosten – Nutzen“ Verhalten dieser Ziele darzustellen und anhand dessen Entscheidungen zu treffen.

Der beschriebene Optimierungsalgorithmus wurde anhand eines Anwendungsbeispiels (Optimierung eines 5,3 MW Generator nach den Zielfunktionen minimales Gewicht der aktiven Massen, minimale Kosten und maximaler Wirkungsgrad) durchgeführt.

Abstract

This thesis deals with calculation and optimization of permanently excited machines, in specific of directly driven synchronous generators. The magnetic circuit is calculated with the finite-element-method, which allows modelling of exact geometry and nonlinear material characteristics.

The FE modelling took place in 2D and neglected axial edge effects. A possible skewing was modelled with discrete skew segments and the rotor rotation was modelled with discrete rotor positions. The magnetic circuit was calculated for static and transient behaviour. The results of the FEM calculation were used to determine eddy current losses in the rotor and iron losses in the stator lamination. The obtained results were validated with measurements of a generator, which is comparable to the here investigated generator concept.

Usually, optimization (here: of a generator) takes place for multiple optimization goals (or objectives, e.g. minimal weight, minimal cost, maximal efficiency), which mostly contradict themselves. A multicriterial optimization algorithm was implemented, which determines the efficient set of the objective vector or the Pareto set of the parameter vector. A visualization of these sets allows to manifest and judge trade-offs among the objectives. The described optimization algorithm was demonstrated on an example of use (optimization of a 5,3 MW generator) with the objectives minimal weight of active mass, minimal cost and maximal efficiency.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|----|
| 1. Einleitung | 1 |
| 2. Das Berechnungsprogramm <i>PermagnetSG2</i> | 3 |
| 2.1. Das „Gerüst“ von <i>PermagnetSG2</i> | 3 |
| 2.1.1. Formelsammlung und Rechenbaum | 4 |
| 2.1.2. „Rollen“ der Variablen | 6 |
| 2.1.3. Iterationen | 7 |
| 2.1.4. Einbindung des Finite-Elemente-Programms <i>ANSYS</i> zur Ma- gnetkreisberechnung | 8 |
| 2.2. Generatorberechnung in <i>PermagnetSG2</i> | 8 |
| 2.2.1. Berechnung der Generatorspannungen | 10 |
| 2.2.2. Berechnung der Induktivitäten | 11 |
| 2.2.3. Berechnung der Verluste | 12 |
| 3. Details und Ergebnisse zu den Finite-Elemente-Berechnungen | 27 |
| 3.1. Grundlegendes zur FE-Berechnung | 27 |
| 3.1.1. FE-Modellierung des Generators und der Beschaltung | 27 |
| 3.1.2. Berechnung und Auswertung | 31 |
| 3.2. Reduzierung von Kraftoberwellen | 36 |
| 3.2.1. Berücksichtigung der Schrägung | 37 |
| 3.2.2. Variation der Polbedeckung | 47 |
| 3.2.3. Magnetstaffelung | 52 |
| 4. Validierung des Berechnungsprogramms | 54 |
| 4.1. Statische Berechnung Generatorleerlauf | 55 |
| 4.2. Transiente Berechnung des Betriebs am Diodengleichrichter | 57 |
| 4.3. Erkenntnisse aus FE-Berechnung für validiertes System | 58 |
| 5. Optimierung — Methode | 67 |
| 5.1. Zielfunktionen, Randbedingungen und Parametervektor | 68 |

| | | |
|--------|---|-----|
| 5.2. | Parametervariationsrechnung | 71 |
| 5.3. | Mathematische Definition des Optimierungsproblems und dessen Lösung | 83 |
| 5.4. | Grundlegendes zur bi- und multikriteriellen Optimierung | 85 |
| 5.4.1. | Verschiedene Lösungsansätze für Multiple Kriterien | 88 |
| 5.4.2. | Mathematische Definitionen | 90 |
| 5.5. | Lösungsstrategie | 92 |
| 5.5.1. | Approximation der effizienten Menge für bikriterielle Optimierung | 92 |
| 5.5.2. | Approximation der effizienten Menge für multikriterielle Optimierung | 103 |
| 5.5.3. | Globale Optimierung | 107 |
| 5.5.4. | Vergleich mit alternativem Lösungsansatz | 110 |
| 5.6. | Beispiele in der Anwendung | 111 |
| 5.6.1. | Normierung | 112 |
| 5.6.2. | Anzahl der Approximationspunkte und Position des Referenzpunktes | 114 |
| 6. | Optimierung — Resultate | 117 |
| 6.1. | Beschreibung des Optimierungsproblems | 117 |
| 6.2. | Effiziente Menge des multi- bzw. bikriteriellen Optimierungsproblems | 121 |
| 6.2.1. | Pareto Menge und weitere Resultate des multikriteriellen Optimierungsproblems, Variante 1 mit $I_s \leq 5120$ A | 130 |
| 6.2.2. | Pareto Menge und weitere Resultate des bikriteriellen Optimierungsproblems, Variante 1 mit $I_s \leq 5120$ A und $\eta \geq 95\%$ | 133 |
| 6.3. | Auswahl und Auslegung des <i>optimalen</i> Generators anhand der Optimierungsergebnisse | 136 |
| 6.4. | Verlustberechnung | 142 |
| 6.4.1. | Berechnung der Stromverdrängung | 142 |
| 6.4.2. | Berechnung der Eisenverluste | 143 |
| 6.4.3. | Berechnung der Rotorverluste | 149 |
| 6.5. | Kurzschlussberechnung und Entmagnetisierung | 151 |
| 6.6. | Interpretation der Optimierungsergebnisse | 156 |
| 6.7. | Fazit | 157 |
| 7. | Zusammenfassung | 159 |

| | |
|---|-----|
| A. Anhang | 163 |
| A.1. Stromverdrängung | 163 |
| A.2. Eisenverluste | 163 |
| A.3. Rotorverluste | 170 |
| A.4. Parameter des ausgewählten optimalen Generators | 174 |
| A.5. weitere Resultate aus Kapitel Optimierung — Resultate | 179 |
| A.5.1. Pareto Menge und weitere Resultate des multikriteriellen Op- timierungsproblems, Variante 1 mit $I_s \leq 5760$ A | 179 |
| A.5.2. Pareto Menge und weitere Resultate des multikriteriellen Op- timierungsproblems, Variante 2 mit $I_s \leq 5760$ A | 182 |
| A.5.3. Pareto Menge und weitere Resultate des multikriteriellen Op- timierungsproblems, Variante 2 mit $I_s \leq 6400$ A | 185 |
| Abbildungsverzeichnis | 188 |
| Tabellenverzeichnis | 196 |
| Literaturverzeichnis | 198 |
| Symbolverzeichnis | 203 |

1. Einleitung

Das Thema dieser Dissertation ist während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Regenerative Energien, Institut für Elektrische Energiewandlung, später Institut für Elektrische Energiesysteme, der Technischen Universität Darmstadt, entstanden und wurde durch verschiedene Projekte mit der Windindustrie vertieft und erweitert.

Aufgrund der langjährigen Institutstätigkeit auf dem Gebiet der elektrischen Maschinen konnte ich meine Arbeit auf einem breiten Fundament aufbauen. In der Vergangenheit waren verschiedene analytische Berechnungsprogramme entstanden die versuchten, den gesättigten magnetischen Kreis zu berechnen. Dies ist jedoch, abhängig vom Sättigungszustand der Maschine, ein schwieriges und aufwändiges Unterfangen, wenn das Resultat genau sein soll. Moderne Berechnungsverfahren benutzen heutzutage numerische Methoden, z.B. die *Methode der Finiten Elemente* (FEM), welche erlaubt, den Magnetkreis mit seiner exakten Geometrie und seinen nichtlinearen Materialeigenschaften nachzubilden. Der Rechenaufwand und damit die Rechenzeit steigt bei diesen Methoden abhängig von der Modellbildung und Diskretisierung (Anzahl der Elemente) zwar stark an, jedoch wird dies durch die extreme Steigerung der Rechenleistung in den letzten Jahren immer mehr kompensiert.

Als Finite-Elemente-Programm wurde an unserem Institut das Programmpaket *ANSYS* eingesetzt. Diese Wahl bringt sowohl Vorteile als auch Nachteile mit sich. Einen großen Vorteil stellt die Möglichkeit dar, das zu berechnende Modell (FE-Modell) mit Hilfe der *Ansys Parametric Design Language* (APDL) aufzubauen. Dies bedeutet, dass in einer Textdatei (*Berechnungsscript*) der komplette Modelaufbau (*Preprocess*), die Lösungsanforderung (*Solve*) und die Auswertung (*Postprocess*) programmiert wird. Damit kann man das FE-Modell parametrisieren und dessen Auswertung in einen übergeordneten Prozess (Maschinenberechnungsprogramm, Optimierung, Parameterstudien etc.) einbinden. Als Nachteil muss man allerdings den nicht unerheblichen Aufwand sehen, solch ein FE-Modell zu programmieren.

Im Verlauf der Promotion wurde das Maschinenberechnungsprogramm (*Perma-*

gnetSG2) erstellt, welches die Möglichkeit bietet, den Magnetkreis mit Hilfe des FE Programms *ANSYS* zu berechnen. *PermagnetSG2* zeichnet sich außerdem dadurch aus, dass Berechnungsformeln in Form einer Formelsammlung und Iterationsschleifen nur durch Benennen des Iterationsparameters, des Sollwertes und des Istwertes eingegeben werden. Außerdem ist es möglich, Parametervariationsrechnungen mit beliebig vielen Parametern oder Kennlinienrechnungen durchzuführen. Damit erreicht *PermagnetSG2* eine enorme Flexibilität zur Berechnung elektrischer Maschinen.

Verschiedene Generatorprojekte wurden in Zusammenarbeit mit der Windindustrie bearbeitet. Dabei war die Aufgabenstellung im Prinzip immer die gleiche: „Gefordert ist der Entwurf eines *optimalen* Generators, der eine vorgegebene Spezifikation erfüllt“. Als *optimal* wurden in den Projekten jedoch durchaus mehrere verschiedene Kriterien¹ definiert. Auch unterschieden sich die vorgegebenen Spezifikationen, in der Optimierung auch *Randbedingungen* oder *Restriktionen* genannt. Es stellte sich immer wieder heraus, dass die Spezifikationen bei Projektbeginn noch gar nicht alle feststehen und vielmehr sich nach der Forderung des *optimalen* Generators richten. Dies ergibt ein Optimierungsproblem, welches aufgrund seiner vielen Einflussgrößen (Optimierungsziele, Randbedingungen, Designparameter) nur sehr schwer „per Hand“, d.h. durch variieren einzelner Designparameter, erfolgreich zu lösen ist. Aus diesem Grund wurden für den Entwurf des *optimalen* Generators mathematische Optimierungsstrategien herangezogen.

Es muss angemerkt werden, dass eine Optimierung voraussetzt, dass alle konstruktiven und elektromagnetischen Lösungsansätze abgearbeitet sind und ein verbindliches Grundkonzept von Magnetkreis und Maschinenkonstruktion vorliegt. Die Optimierung erfolgt dann stets innerhalb eines gegebenen Parameterraumes. Bei technologischen Änderungen bzw. neuen Erkenntnissen muss der Parameterraum neu angepasst werden.

In dieser Arbeit wird eine bi- und mehrkriterielle Optimierungsmethode vorgestellt, die ermöglicht, bereits mit wenigen Optimierungsschritten eine Aussage über den Verlauf der *effizienten Menge*, welche das *Kosten – Nutzen* Verhältnis der ausgewählten Zielfunktionen beschreibt, zu treffen. Dabei muss über die Art des Optimierungsproblems (konvex, nichtkonvex) vorher nichts bekannt sein und es müssen vom Benutzer keine Präferenzen *a priori* (z.B. in Form einer gewichteten Zielfunktion) angegeben werden. Die Methode ist zudem äußerst robust gegen lokale Optima, in denen der verwendete Optimierungsalgorithmus stecken bleiben könnte.

¹dabei spielt das *mehrere* eine entscheidende Rolle

2. Das Berechnungsprogramm

PermagnetSG2

Dieses Kapitel stellt das Berechnungsprogramm *PermagnetSG2* vor, welches im Verlauf dieser Dissertation entwickelt wurde. Aufgrund langjähriger Tradition der Berechnung elektrischer Maschinen am Institut für Elektrische Energiewandlung entstanden im Laufe der Jahre zahlreiche Berechnungsprogramme zu deren Auslegung (siehe z.B. [Wer90], [Jöc92], [Nix95], [Hoc98], [Sch99], [Gre00], [Jöc03]). Änderte sich aber in einem anschließenden Projekt die Aufgabenstellung zur Maschinenauslegung in Form des Maschinentyps (z.B. Asynchron- oder Synchronmaschine) oder der Maschinenvorgaben (z.B. Betriebsweise am Netz oder Umrichter, Innen- oder Außenläufer etc.), so musste gewöhnlich der Programmcode in seiner Ablauffolge umgeschrieben werden, was Programmieraufwand und Fehleranfälligkeit verursachte. Aus den Überlegungen heraus, diesen Programmieraufwand zu vereinfachen entstand das Programm *PermagnetSG2*, welches zwei Hauptkriterien erfüllen sollte, nämlich die klare Trennung von Berechnungsformeln der elektrischen Maschinen und eigentlichem Berechnungsprogramm, welches von nun an als das „Gerüst“ von *PermagnetSG2* bezeichnet wird. Auf die Funktionsweise dieses „Gerüsts“ wird im folgenden Abschnitt näher eingegangen.

2.1. Das „Gerüst“ von *PermagnetSG2*

In diesem Abschnitt soll das „Gerüst“ des Berechnungsprogramms *PermagnetSG2* vorgestellt werden. Der Begriff „Gerüst“ beschreibt in diesem Zusammenhang die Programmstruktur, die nicht mit der eigentlichen Berechnung von elektrischen Maschinen¹ in Verbindung steht. Einige wesentliche Ideen wurden bereits in der Einleitung genannt, hier nun die vollständige Aufzählung.

- Programmierung der Berechnungsformeln in Form einer Formelsammlung

¹hier permanenterregte Synchronmaschinen

- Automatische Erstellung des Rechenbaumes, d.h. der Berechnungsreihenfolge der einzelnen Formeln
- Automatische Rollenzuteilung der Variablen als Eingabe-, Ergebnis- oder Iterationsvariable
- Erstellung von Iterationsschleifen nur durch Benennen der Iterationsvariable, des Sollwertes und des Istwertes
- Einbindung des Finite-Elemente-Programms *ANSYS* zur Magnetkreisberechnung
- Parametervariationsrechnungen mit n Parametern
- Kennlinienrechnungen

Die ausführliche Beschreibung des „Gerüsts“ von *PermagnetSG2* wird in [Geh03] dargestellt. In den folgenden Kapiteln wird nun auf die wesentlichen Punkte näher eingegangen.

2.1.1. Formelsammlung und Rechenbaum

In einem "klassischen", sequentiell strukturierten Rechenprogramm erfüllt der Programmcode zwei wesentliche Funktionen: Er bestimmt eine Anzahl von Rechenvorschriften und legt gleichzeitig die Reihenfolge ihrer Ausführung fest, kontrolliert also den Ablauf der Berechnung. Als Beispiel sollen die folgenden zwei Zeilen eines fiktiven, in Pseudocode verfassten Programms dienen, die die Werte zweier Variablen berechnen und sich dabei auf bereits berechnete Werte anderer Variablen stützen:

$$\begin{aligned} U &= Q/C; \\ I &= I_1 + I_2; \\ R &= U/I; \\ P &= R \cdot I \cdot I; \end{aligned}$$

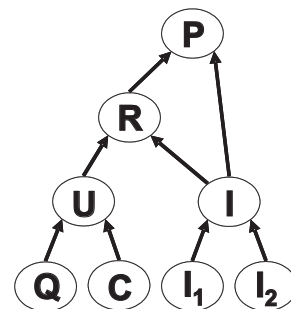


Abbildung 2.1.: Darstellung einer Rechnung als gerichteter Graph

Weil Rechenvorschriften und Ablaufkontrolle hier eine Einheit bilden, wird die Ausführungsreihenfolge der beiden Teilrechnungen vom Programmierer vor der Compilierung endgültig festgelegt, entsprechend der Reihenfolge der Instruktionen im

Programmcodes. Programme dieser Art rechnen sehr effizient, weil die Prüfung von Nebenbedingungen der Rechnung – zum Beispiel der Frage, ob die für die Rechnung benötigte Variable I in Zeile 3 tatsächlich existiert – bereits während des Compilierens durchgeführt werden kann und zur Laufzeit keinen Rechenaufwand benötigt.

Die rechnerische Effizienz geht jedoch mit geringer Flexibilität einher: Muss der Programmablauf geändert werden, zum Beispiel weil eine Variable nun berechnet statt vorgegeben werden soll, so kann dies nur durch Ändern des Programms selbst geschehen – entsprechende Fertigkeiten muss der Benutzer gegebenenfalls mitbringen.

Sollen Art und Umfang der Berechnungen – und damit die Ausführungsreihenfolge der einzelnen Rechenschritte – zur Laufzeit veränderbar sein, so muss eine neue Abstraktionsebene geschaffen werden, die Rechenvorschriften und Ablaufkontrolle trennt. Die Rechenvorschriften können dann ungeordnet und zentral als „Formelsammlung“ im Programm aufgelistet werden, die Ausführungsreihenfolge wird von der Ablaufkontrolle ermittelt. Dieses Vorgehen ist ähnlich einem Puzzlespiel: "Was passt wo"? (Abbildung 2.2). Das Verhalten des Programms wird damit intelligenter und nähert sich ein Stück weit dem eines menschlichen Berechners an, der – ebenfalls ausgehend von einer Formelsammlung – versucht herauszufinden, in welcher Abfolge die Formeln angewandt werden müssen, um aus gegebenen Startwerten die gesuchten Endwerte zu ermitteln. Der fortgeschrittene Anwender, der eine neue oder geänderte Rechnung programmieren will, gibt dann nicht mehr wie bisher den Ablauf der Rechnung vor, sondern modifiziert lediglich die im Programm gespeicherte Formelsammlung, den Rest erledigt das Programm selbsttätig.

Lässt man iterativ zu ermittelnde Werte und Optimierungsschleifen zunächst beiseite, so lassen sich die Schritte einer Auslegungsrechnung in Form eines gerichteten Graphen darstellen. Jeder Anfangsparameter und alle im Laufe der Rechnung daraus abgeleiteten Variablen bilden in diesem Graph einen Knoten. Gerichtete Pfeile zwischen den Knoten geben die Abhängigkeiten an, so dass aus den von einem bestimmten Knoten ausgehenden Abhängigkeitspfeilen ersichtlich ist, welche anderen Knoten bereits berechnet sein müssen um seinen Wert zu bestimmen. Abbildung 2.1 zeigt ein Beispiel für einen solchen Graphen.

Die Art dieser Abhängigkeiten ergibt sich aus den Rechenvorschriften, die jedem Knoten zugeordnet sind. Im dargestellten Beispiel besäße ein Knoten, der die Variable Q repräsentiert, Abhängigkeiten von zwei Knoten U und C . Die korrekte Reihenfolge zur Berechnung aller Unbekannten lässt sich aus dem Graphen ermitteln, wenn als Sortierkriterium gilt, dass vor der Berechnung eines Knotens immer erst alle Knoten berechnet werden müssen, von denen er abhängig ist.

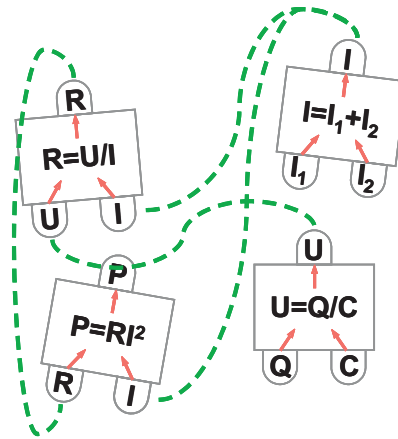


Abbildung 2.2.: Vorgehen ähnlich Puzzlespiel: "Was passt wo"?

2.1.2. „Rollen“ der Variablen

Um einen automatischen Aufbau des Rechengraphen zu ermöglichen, müssen die einzelnen Knoten in der Lage sein, zu verschiedenen Zeitpunkten unterschiedliche Funktionen auszuführen, d.h. die ihnen zugeordneten Variablen unterschiedliche „Rollen“ in der Gesamtrechnung spielen zu lassen (siehe Abbildung 2.3).

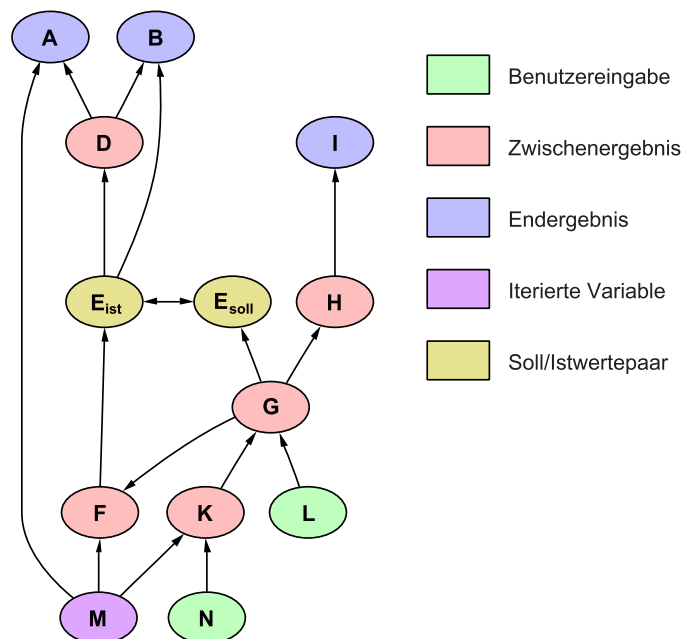


Abbildung 2.3.: Beispielgraph zur Illustration verschiedener Knotenrollen

- *Benutzereingabe* : Knoten diesen Typs speichern einen konstanten Wert, der nur über das Benutzerinterface geändert werden kann. Sie sind also nicht von anderen Variablen abhängig. Bei der Konstruktion des Graphen (Abschnitt

2.1.1) werden gerade so viele Eingabeknoten erzeugt, dass die Berechnung des Graphen in jedem Fall möglich ist, d.h. jeder offene Eingang wird mit einem Eingabeknoten „gestopft“.

- *Endergebnis* : Endergebnis- oder Wurzelknoten repräsentieren Variablen, deren Wert für keine weiteren Berechnungen mehr benötigt wird. Soll der Graph berechnet werden, bilden sie die Startpunkte, von denen aus die Werte aller Knoten rekursiv ermittelt werden können. Die Rekursion versucht dabei jeweils alle Eingangsgrößen eines Knotens zu berechnen. Sind diese nicht konstant oder bereits berechnet worden, sondern wiederum von anderen Eingangsgrößen abhängig, so wird die Rekursion fortgesetzt.

Wird ein Endergebnisknoten aus dem Graphen entfernt, so werden sämtliche Knoten obsolet, die ausschließlich zur Berechnung eines seiner Eingänge benötigt wurden.

- *Zwischenergebnis* : Knoten mit einem oder mehreren Eingängen sowie einem Ausgang, der von anderen Knoten als Eingang benötigt wird, sind Zwischenergebnisse. Im Gegensatz zu Endergebnissen wird ihre Berechnung nur dann durchgeführt, wenn der in Wurzelrichtung liegende Knoten aktiv ist, d.h. tatsächlich berechnet wird.

2.1.3. Iterationen

Bisher liegt dem Graphenmodell die Annahme einer rein analytischen Rechnung zugrunde, die häufig nicht realistisch ist. Der Graph muss die Möglichkeit vorsehen, einzelne Werte auch iterativ bestimmen zu können; die erforderlichen Schleifen sollten vom auswertenden Programm nach Möglichkeit automatisch eingesetzt und ausgeführt werden. Dazu werden noch zwei weitere Rollen benötigt:

- *Iterationsvariable* : Viele Auslegungsaufgaben erfordern die Möglichkeit einer iterativen Berechnung einzelner Parameter, d.h. eine Eingangsgröße einer Teilrechnung muss solange variiert werden, bis das Ergebnis der Teilrechnung einem vorgegebenen oder ebenfalls berechneten Sollwert entspricht. Die zu variiierende Eingangsgröße wird im folgenden als „Iterationsvariable“ bezeichnet.
- *Soll-/Istwertepaar* : Als Istwert einer Iteration kann ein beliebiger Zwischen- oder Endergebnisknoten gewählt werden, während der Sollwert auch eine vom Benutzer vorgegebene Konstante sein kann. Die Berechnung des Graphen

stoppt bei Erreichen des Istwertknotens und ermittelt die Reihenfolge der während der Iteration zu verändernden Variablen.

Die Rechnung wird fortgesetzt, wenn die Iteration den vorgegebenen Konvergenzradius unterschritten oder die maximale Anzahl Iterationen überschritten hat. Die Verteilung der Knotenrollen kann bei der Konstruktion des Graphen vollautomatisch vorgenommen werden.

2.1.4. Einbindung des Finite-Elemente-Programms *ANSYS* zur Magnetkreisberechnung

Wie bereits in der Einleitung erwähnt wurde, bietet *ANSYS* die Möglichkeit, den Berechnungsablauf eines FE-Modells in einem *Berechnungsscript* festzulegen, dessen Ausführung dann von einem übergeordneten Prozess, in diesem Fall von *PermagnetSG2* angefordert werden kann. Dies stellt einen großen Vorteil im Vergleich zu alternativen FE-Berechnungsprogrammen dar, da die Variableneingabe über das Berechnungsprogramm *PermagnetSG2* erfolgen kann. Des weiteren ist damit die FE-Magnetkreisberechnung in den Iterationsprozess von *PermagnetSG2* eingebunden und der Benutzer muss Zwischenergebnisse nicht per Hand zwischen einem Maschinenauslegungsprogramm und einem Finite-Elemente-Programm austauschen.

2.2. Generatorberechnung in *PermagnetSG2*

Die prinzipielle Vorgehensweise zur Berechnung elektrischer Maschinen wird in der Literatur (z.B. [BS62], [Mül66], [Mül94], [Mül89], [Ric51], [Ric53], [Vog83]) ausführlich beschrieben. In diesem Abschnitt soll nun auf Besonderheiten eingegangen werden, die bei der Generatorberechnung mit *PermagnetSG2* Anwendung fanden.

Den Kern eines jeden Maschinenberechnungsprogramms bildet die Berechnung des magnetischen Kreises. Durch die Nichtlinearität der Magnetisierungskennlinien des Werkstoffes Eisen gestaltet sich diese Berechnung auf analytischem Weg, je nach Grad der Eisensättigung, als schwierig. Nur mit vielen Vereinfachungen bzgl. Geometrie², Materialkennwerten³ oder Maschinenbetriebspunkt⁴ lässt sich der Magnetkreis näherungsweise analytisch beschreiben. Die geläufigen Berechnungsmethoden, die in den oben genannten Quellen beschrieben sind, orientieren sich hauptsäch-

²Nutform, Maschinenkrümmung etc.

³Permeabilität Eisen $\mu_r = \infty$

⁴z.B. Strom nur in q-Achse

lich an der „klassischen“ Betriebsweise elektrischer Maschinen, d.h. Maschinen, die direkt am Netz betrieben werden.

Für den Anwendungsfall der direktangetriebenen, langsamlaufenden, permanent-erregten Synchrongeneratoren, wie sie in Windkraftanlagen eingesetzt werden können, bieten die analytischen Methoden, die auf dieser klassischen Betrachtungsweise aufbauen, zum Teil ungenaue Resultate. Dies ist hauptsächlich vom Betriebspunkt und der magnetischen Ausnutzung der Maschine⁵ abhängig.

Ein entscheidender Vorteil der analytischen Berechnungsmethode im Vergleich zu den numerischen Methoden ist die viel größere Rechengeschwindigkeit, mit der die Maschinenberechnungen ausgeführt werden können. Kam dies früher schon bei der Berechnung einer einzelnen Maschine zum Tragen, so ist dies heute, aufgrund der enorm gestiegenen Rechenleistungen, nur noch bei der Berechnung sehr vieler Maschinen⁶ von Bedeutung. Die Berechnung des magnetischen Kreises wurde hier mit numerischen Methoden gelöst, wobei im Speziellen die Methode der Finiten Elemente mit dem Programmpaket *ANSYS* (siehe 2.1.4) zum Einsatz kam.

Diese Dissertation befasst sich mit der Berechnung und Optimierung permanent-erregter Synchrongeneratoren am Anwendungsbeispiel von Windkraftanlagen. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass sämtliche Vorgehensweisen und Erkenntnisse, die hier beschrieben werden, im Allgemeinen auf rotierende elektrische Maschinen übertragen werden können.

Wie bereits in Abschnitt 2.1 beschrieben, bietet das „Gerüst“ von *PermagnetSG2* die Möglichkeit, mit wenig programmiertechnischem Aufwand eine enorme Flexibilität für die Generatorberechnung zu erreichen. Die während der Projekte realisierten Möglichkeiten sind:

- Innen- oder Außenläufer
- Rechteck- oder Birnennut
- Radiale- oder tangential Magnetisierung
- Betrieb am Netz (Vorgabe Ständerspannung), am IGBT-Umrichter (Vorgabe Stromflusswinkel ψ) oder am Diodengleichrichter (Vorgabe Phasenwinkel φ)
- Betrieb mit oder ohne Kompensationskondensatoren (Seriell oder Parallel)
- 3 oder 6 Phasen

⁵Sättigungszustand

⁶z.B. Parameterstudien, Optimierungen

- Iteration auf mechanisches Moment, elektrische Leistung oder maximale/mittlere Ständertemperatur

Selbstverständlich müssen die unterschiedlichen oben erwähnten geometrischen Möglichkeiten (z.B. Nutform) auch im *FE-Berechnungsscript* realisiert sein.

In den folgenden Abschnitten dieses Kapitels wird nun auf verschiedene Funktionen der Generatorberechnung eingegangen, jedoch nur aus Sicht des Berechnungsprogramms *PermagnetSG2*. Das soll heißen, dass die Magnetkreisberechnung unter *ANSYS* als separater Block angesehen wird, der als Funktion von Eingabevariablen von *PermagnetSG2* verschiedene Ausgabevariablen an *PermagnetSG2* zurückgibt. Die wesentliche Vorgehensweise innerhalb dieses Blockes wird in Kapitel 3 beschrieben.

2.2.1. Berechnung der Generatorspannungen

In *PermagnetSG2*⁷ sind die Variablen vom Typ der komplexen Zahlen deklariert. Dies hat den Vorteil, dass direkt mit *Raumzeigern*, d.h. mit so genannten *komplexen Amplituden* gerechnet werden kann. Dies vereinfacht die Berechnung der elektrischen Größen, die in einem Zeigerdiagramm dargestellt werden können, erheblich. Die Raumzeiger (z.B. Spannungen oder Ströme) können direkt addiert werden.

Bei der klassischen analytischen Methode werden bei permanenterregten Synchronmaschinen zuerst die Polradspannung und die Haupt- und Streuinduktivitäten berechnet. Mit Hilfe des Ständerstroms können danach die Spannungsfälle an Haupt- und Streuinduktivitäten bestimmt werden, um dann auf die induzierte Strangspannung zu schließen. Bei der Berechnung des FE-Modells ist in der Lösung implizit all dies schon enthalten. Man kann mit verschiedenen Methoden (siehe z.B. [Sch06] oder [Hen00]) zwar auf die Induktivitäten oder die Polradspannung zurückschließen, jedoch ist dies zur Bestimmung der eigentlich interessierenden induzierten Strangspannung⁸ nicht notwendig. Aus der FE-Rechnung mit *ANSYS* erhält man weiterhin auch die Oberschwingungen der Spannungen⁹.

Dies bedeutet jedoch nicht, dass es uninteressant wäre, die Polradspannung mit deren Harmonischen oder die Induktivitäten zu kennen. Ein permanenterregter Synchrongenerator wird in der Regel an einem Frequenzumrichter betrieben. Um das

⁷von nun an soll der Einfachheit halber nicht mehr zwischen dem „Gerüst“ und den Berechnungsfunktionen, gegeben durch die maschinenspezifische Formelsammlung, unterschieden werden. Auf beides wird einheitlich mit *PermagnetSG2* bezogen.

⁸bei einer 2D-FE-Berechnung natürlich ohne Stirnstreuung der Wickelköpfe

⁹auf die max. Ordnungszahl, die dabei als Lösung zur Verfügung steht, wird in Kapitel 3 eingegangen

dynamische Betriebsverhalten zu bestimmen, sind diese Größen durchaus¹⁰ von Bedeutung. In [Sch06] wurde berichtet, dass die Polradspannung sättigungsbedingt aus der q-Achse um wenige Grad herauswandert. Dieser Effekt ist in der Lösung der FEM-Berechnung implizit enthalten und findet dementsprechend auch hier seine Anwendung.

2.2.2. Berechnung der Induktivitäten

In Abschnitt 2.2.1 wurde erwähnt, dass zur Berechnung des Generatorbetriebspunktes die Bestimmung der Induktivitäten nicht mehr notwendig ist. Dies bedeutet jedoch nicht, dass es uninteressant wäre, die Größen der Induktivitäten zu kennen. Für den Umrichterhersteller ist es durchaus wichtig, die Generatorinduktivitäten zu kennen, da diese die Auslegung des Umrichters beeinflussen können. Die Kenntnis der Induktivitäten ist auch für die Regelung des Generators bei Einsatz eines aktiven Gleichrichters von großer Bedeutung.

In der klassischen Maschinentheorie werden die Gleichungen einer m -strängigen Synchronmaschine aus dem statorfesten Koordinatensystem in ein rotorfestes zweiphasiges Koordinatensystem, das dq-System transformiert. Zur Beschreibung dieser Gleichungen werden dementsprechend die Induktivitäten der d- und q-Achse benötigt. In [Sch06] wurde bereits berichtet, dass in der gesättigten Maschine die beiden Achsen d und q nicht mehr magnetisch entkoppelt sind. Dies bedeutet, dass ein Strom in der q-Achse sowohl einen Fluss in der q-Achse, als auch einen Fluss in der d-Achse liefert (siehe Gleichung 2.2). Die dazugehörige Spannungsgleichung der Synchronmaschine ist in Vektorschreibweise in Gleichung 2.3 dargestellt. Gleichung 2.1 verdeutlicht dabei anhand einer beliebigen Variablen (hier mit Bezeichnung A) den Gebrauch der Vektorschreibweise in Zusammenhang mit komplexen Amplituden und dem dq-System.

$$\underline{\vec{A}} = \begin{pmatrix} \underline{A}_d \\ \underline{A}_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_d \\ jA_q \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

$$\underline{\vec{\psi}}_s = \begin{pmatrix} L_{dd} & -jL_{qd} \\ -jL_{dq} & L_{qq} \end{pmatrix} \underline{\vec{I}}_s \quad (2.2)$$

¹⁰als Ersatzschaltbildparameter

$$\vec{U}_s = R_s \vec{I} + \begin{pmatrix} jX_{dd} & X_{qd} \\ X_{dq} & jX_{qq} \end{pmatrix} \vec{I}_s \quad (2.3)$$

Man kann diese Induktivitäten in die klassische Betrachtungsweise zurücktransformieren mit der Formel

$$\begin{aligned} L_d &= L_{dd} - \frac{L_{qd}}{\tan(\psi)} \\ L_q &= L_{qq} - \frac{L_{dq}}{\tan(\psi)} \\ \forall \quad \psi &\neq i \cdot \frac{\pi}{2}, i \in \mathbb{I}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ein entsprechendes Zeigerdiagramm ist in Abbildung 2.4 auf der nächsten Seite dargestellt.

2.2.3. Berechnung der Verluste

Neben der Berechnung des magnetischen Kreises ist die Verlustberechnung einer elektrischen Maschine von entscheidender Bedeutung. Bei langsam laufenden Maschinen bilden die Stromwärmeverluste den Hauptbestandteil der Gesamtverluste.

Stromwärmeverluste

Unter Berücksichtigung der Stromverdrängung 1. und 2. Ordnung (siehe [Vog83]) können sie mit Gleichung 2.5 berechnet werden. Die ausführlichen Berechnungsformeln sind in A.1 dargestellt.

$$P_{vCu} = I_s^2 R_{\sim} \quad (2.5)$$

$$R_{\sim} = R_{=} k_R \quad (2.6)$$

Eisenverluste

Den zweitgrößten Anteil der Gesamtverluste stellen die Eisenverluste dar. Sie entstehen durch den fortlaufenden Ummagnetisierungsvorgang in dem Eisenwerkstoff des Ständerblechpakets. Sie gliedern sich in Hysteres- und Wirbelstromverluste.

In der klassischen analytischen Maschinenberechnung werden diese Verluste mit Hilfe empirischer Formeln ausgerechnet. Diese beziehen die mittlere Flussdichte im Joch bzw. in den Zähnen auf die Referenzflussdichte und Referenzfrequenz, mit denen eine Probe des Blechmaterials im Epstein-Rahmen unter sinusförmiger Wechsellmagnetisierung vermessen wurde, und multiplizieren sie mit der Verlustdichte

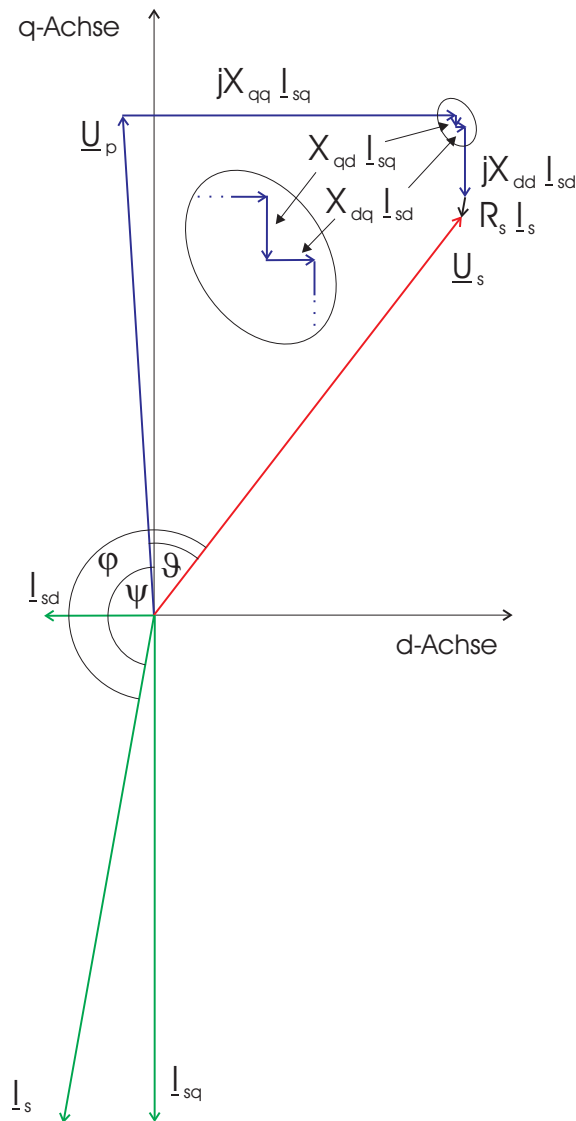


Abbildung 2.4.: Zeigerdiagramm zur Illustration der magnetischen Entkopplung der d- und q-Achse

in W/kg und dem Gewicht des entsprechenden Maschinenteils. Durch eine weitere Multiplikation mit so genannten *Baufaktoren* (k_Z und k_J), die auf Erfahrungswerten¹¹ basieren, werden die so berechneten Verluste empirisch korrigiert (siehe z.B. [Ric51] und Gleichung A.13 auf Seite 164 im Anhang). Sobald das Design¹² der Maschine allerdings stark von den Referenzmaschinen abweicht, können sich völlig andere Flussdichteverläufe und damit Verlustwerte ergeben, da bei dieser Methode die Verluste in den einzelnen Maschinenteilen nur in Abhängigkeit einer Flussdichte berechnet werden.

In Abschnitt 2.1.4 wurde geschrieben, dass die Magnetkreisberechnung in *PermagnetSG2* über eine FE-Rechnung mit *ANSYS* durchgeführt wird. Dabei ist es möglich, den zeitlichen Verlauf der magnetischen Flussdichte in jedem Teil der Maschine¹³ zu bestimmen. Der Verlauf hängt im Allgemeinen stark vom Ort des Elements und dem Belastungszustand der Maschine ab [Nus88].

Die Methode, die hier angewandt wurde, um die Eisenverluste in der Maschine zu bestimmen, baut auf die Arbeiten von [Boc02], [Nus88], [Koc96] und [Lie05] auf.

Der Verlauf der magnetischen Flussdichte z.B. in den Statorzähnen ist in radialer Richtung annähernd sinusförmig, die Ortskurve des Flussdichtevektors ist also fast eine Gerade (siehe Abbildung 2.5¹⁴). Ist der Verlauf der Flussdichte exakt sinusförmig, spricht man von reiner Wechsellagerungsmagnetisierung. Im Joch dagegen verläuft die Ortskurve grob ellipsen- bis kreisförmig, sie hat also auch eine Komponente in Umfangsrichtung (siehe Abbildung 2.6). Der Extremfall des genau kreisförmigen Flussdichteverlaufs wird Kreismagnetisierung genannt. Eine Überlagerung beider Fälle ergibt den allgemeinen Fall der Drehmagnetisierung. Hinzu kommen in manchen Elementen der Maschine Oberwellen, die den Verlauf teilweise stark von der reinen Sinus- bzw. Ellipsenform abweichen lassen (siehe Abbildung 2.7).

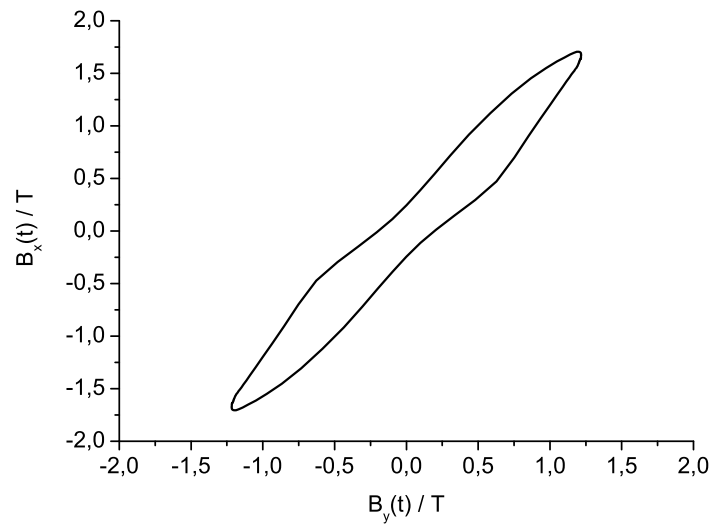
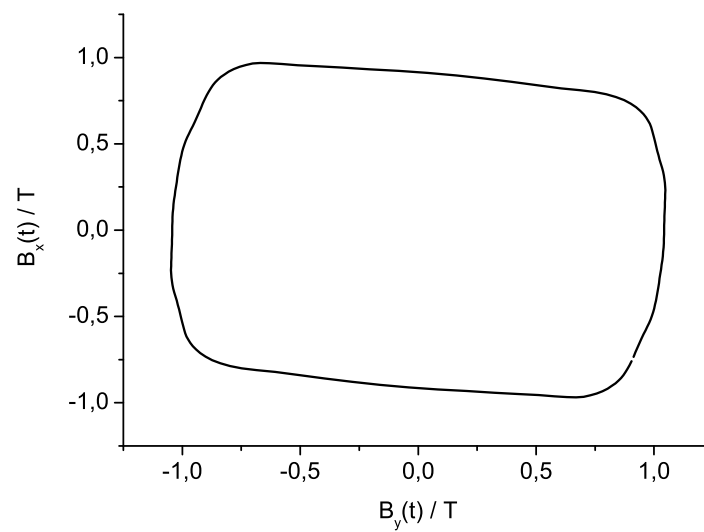
Prinzipiell ist eine Beschreibung des Flussverlaufs durch eine Grundellipse und, je nach Oberwellenanteil, eine oder mehrere Oberellipsen möglich. Jede Ellipse wird durch das Verhältnis der großen und kleinen Ellipsenachse, sowie deren räumliche Lage charakterisiert [Koc96]. Das Achsenverhältnis a ist dabei als Verhältnis zwischen kleiner und großer Ellipsenachse definiert. Die einzelnen Ellipsen lassen sich durch die Überlagerung von zwei orthogonalen Wechselfeldern mit einer gewissen

¹¹abgeleitet aus Verlustmessungen bereits existierender Maschinen

¹²sowohl in Bauform als auch in Betriebsweise (Umrichterbetrieb)

¹³d.h. in jedem Element

¹⁴Die Komponenten des Flussdichtevektors sind im kartesischen Koordinatensystem angegeben. Die x- bzw. y-Achsenrichtung entspricht nicht der Richtung der radialen Flussdichtekomponente.

**Abbildung 2.5.:** Flussdichteverlauf im Zahn**Abbildung 2.6.:** Flussdichteverlauf im Joch

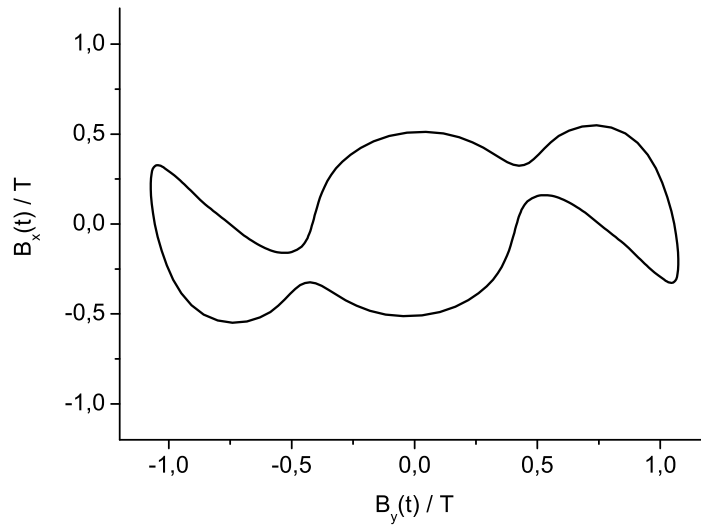


Abbildung 2.7.: Flussdichteverlauf im Joch mit Oberwellen

Phasenverschiebung darstellen. Dadurch werden auch die beiden Fälle der reinen Wechsel- und Kreismagnetisierung abgedeckt und sind durch ein Achsenverhältnis von 0 bzw. 1 gekennzeichnet. In den folgenden Abschnitten soll nun näher auf die oben erwähnten Verlustmechanismen, nämlich der Hysterese- und Wirbelstromverluste, eingegangen werden.

Hystereseverluste

Der Hystereseverlust ist proportional der Fläche, die von der Hystereseschleife $\vec{B}(\vec{H})$ (siehe Abbildung 2.8) eingeschlossen wird. Bei einer sinusförmigen Änderung der magnetischen Feldstärke steigt der Verlust monoton mit der Amplitude von \vec{H} , bis die maximale Fläche der Hystereseschleife bei Erreichen der Sättigung auftritt [Koc96]. Die Vektoren von \vec{B} und \vec{H} sind dabei zu jedem Zeitpunkt parallel, zeitlich eilt die magnetische Flussdichte der Feldstärke nach. Die Permeabilität μ stellt in diesem Fall also eine skalare Größe dar, sie ist aber von \vec{H} abhängig und damit nichtlinear [Nus88]. Beschränkt man sich auf reine Wechselmagnetisierung in isotropen Materialien, lassen sich die Vorgänge noch durch mathematische Modelle beschreiben. Genannt sei hier das Preisach-Modell, bei dem die Hysterese des Materials durch Überlagerung elementarer Hysterese-Rechtecke der einzelnen Domänen beschrieben wird. Dieses mathematisch recht aufwändige Modell lässt sich allerdings bereits bei einer elliptischen Magnetisierung ohne Oberwellen nicht mehr anwenden.

Bei einer kreisförmigen Drehmagnetisierung eilt der Vektor \vec{B} dem Vektor von \vec{H} um einen räumlichen Winkel nach, solange der Bereich der Sättigung noch nicht er-

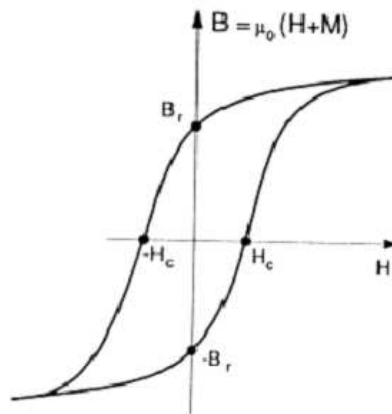


Abbildung 2.8.: Hysteresekurve [Bau]

reicht ist. Bewegt sich die Flussdichte bei einer Drehmagnetisierung weit im Bereich der Sättigung, liegen alle Elementarmagnete des Materials und damit die Magnetisierung zu jedem Zeitpunkt parallel zu dem Vektor von \vec{H} . Dadurch tritt keine Remanenz auf und die Vektoren der Feldstärke und der Flussdichte sind in Phase. Es wird also keine Hystereseschleife durchlaufen und der Hystereseverlust verschwindet (siehe Abbildung 2.9). Das ist ein völlig anderes Verhalten als bei Wechsellagerung, wo der Verlust monoton mit der Feldstärke ansteigt [Koc96].

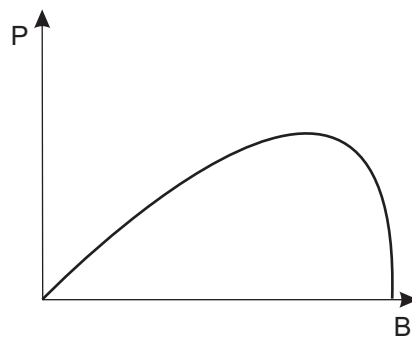


Abbildung 2.9.: Hystereseverlust bei reiner Drehmagnetisierung

Betrachten wir nun den Fall, dass der Feldverlauf Oberwellen aufweist: Treten während einer Periode zwischen Minimum und Maximum des Feldverlaufs zwei oder mehrere Richtungsänderungen auf (siehe Abbildung 2.10), entstehen Einbrüche mit unterschiedlichen Höhen. Während des Durchlaufens der Hysteresekurve bilden sich deshalb kleine Schleifen aus, so genannte „Minor Loops“. Diese Minor Loops erhöhen die Verluste, je nach Höhe des Feldeinbruchs und je nachdem, wo in der Hystereseschleife der Minor Loop auftritt. Tritt der Einbruch z.B. im Bereich der maximalen Feldstärke auf, befindet sich das Material also während dem Durchlaufen des Minor Loops im Bereich der Sättigung, so erzeugt er keinen zusätzlichen Verlust.

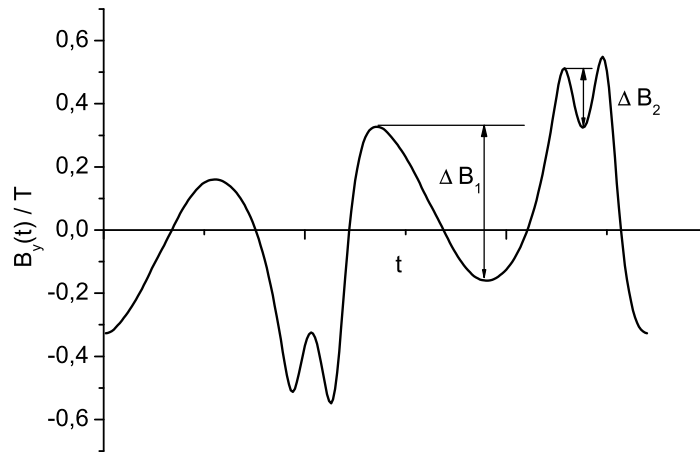


Abbildung 2.10.: Flussdichteeinbrüche

Wirbelstromverluste

Geht man von einem homogenen leitfähigen Material aus, lassen sich bei einer veränderlichen magnetischen Flussdichte nach dem Induktionsgesetz Wirbelströme berechnen. Bei den für diese Arbeit relevanten Blechdicken und auftretenden Frequenzen¹⁵ kann dabei die Rückwirkung der induzierten Ströme auf das erregende Feld vernachlässigt werden [Nus88].

Die Berechnung der Wirbelstromverluste im Statorblech nach der klassischen Methode mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen liefert ein Ergebnis, das immer niedriger als die gemessenen Verluste ausfällt und mit Dicke und Körngröße der Bleche variiert. Man spricht in diesem Zusammenhang von der Wirbelstrom-Anomalie, die durch den Quotient aus gemessenen und auf klassischem Wege berechneten Verlusten

$$\eta_{\text{WS}} = \frac{P_{\text{WS}}}{P_{\text{WSklass}}} < 1 \quad (2.7)$$

beschrieben wird. Nur eine Kreismagnetisierung im Sättigungsbereich lässt η_{WS} gegen eins streben [YN76]. Wie oben beschrieben, drehen sich dabei alle Elementarmagnete des Metalls parallel mit dem Feldstärkevektor; es existieren also keine Weißschen Bezirke mit bestimmten Richtungen des Kristallgitters und damit keine Blochwände mehr. Der Grund für das Auftreten der Wirbelstrom-Anomalie ist also in der Domänenstruktur der Bleche zu suchen: Im ungesättigten Zustand wächst und fällt die magnetische Flussdichte nicht einheitlich im gesamten Blechvolumen,

¹⁵Grundschwingungsfrequenz < 16 Hz

sondern ergibt sich aus der erregenden magnetischen Feldstärke und der Magnetisierung der Weißschen Bezirke. Dadurch bilden sich die Wirbelströme im Material auf andere Weise aus, als es ohne eine Domänenstruktur der Fall wäre (siehe Abbildung 2.11). Durch das zusätzliche zeitliche Anwachsen und Schrumpfen der Bezirke ergeben sich weitere Schwierigkeiten in der exakten Beschreibung der Vorgänge. Der Einfluss dieser Effekte wird um so stärker, je näher die Größe der Weißschen Bezirke in der Größenordnung des verwendeten Bleches liegt; in Elektroblechen mit Stärken von 0,35 bis 0,5 mm und Abständen der Blochwände von ca. 0,1 bis 0,5 mm muss man also mit der Wirbelstromanomalie rechnen [Nus88].

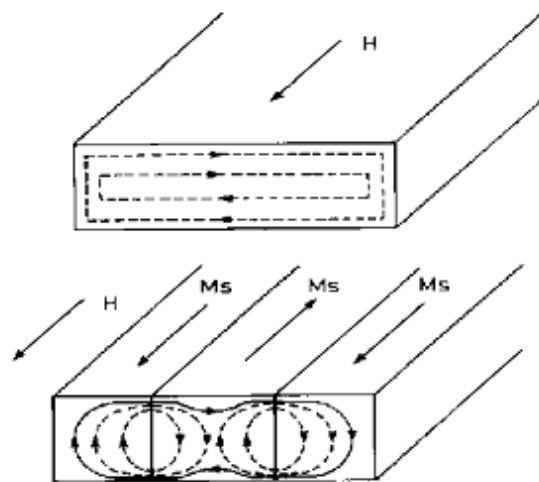


Abbildung 2.11.: Wirbelstromentstehung ohne und mit Berücksichtigung (unten) der Domänenstruktur [ZRH98]

Auch zur Bestimmung der Wirbelstromverluste empfiehlt sich also ein halbempirisches Verfahren, da dadurch Probleme durch das Auftreten der Wirbelstrom-Anomalie vermieden werden. Die Information über die durch Blochwandbewegungen beeinflussten Wirbelströme ist bereits in den Messungen aus dem Epstein-Rahmen enthalten.

Bei einer elliptischen Magnetisierung lassen sich die Wirbelstromverluste der Grundellipse darstellen als die Summe der Verluste in Richtung der großen und kleinen Ellipsenachse [Koc96]. Treten im Flussverlauf Oberwellen auf, so können für die beiden Raumrichtungen getrennte Korrekturfaktoren für den Wirbelstromverlust bestimmt werden.

Berechnungsformel

An dieser Stelle soll nur die Berechnungsformel für die Eisenverluste wiedergegeben werden, die genaue Herleitung ist in A.2 auf Seite 163 dargestellt. Aus der

FE-Rechnung erhält man als Resultat für jedes Element den zeitlichen Flussdichteverlauf, der mittels Fourieranalyse und Ellipsentransformation in Grund- und Oberwellen der zwei Ellipsenachsen umgerechnet werden kann. Damit kann dann nach Gleichung 2.8 der Eisenverlust je Element und durch Summation aller Elemente der Eisenverlust der Maschine (Gleichung 2.9) bestimmt werden. Das Produkt $\Gamma(a) \cdot \gamma(\hat{B})$ stellt dabei einen Proportionalitätsfaktor dar, der die Summe der Verluste in Richtung der Ellipsenhauptachsen ins Verhältnis zu den Gesamtverlusten setzt. Dieser Faktor wurde in [Koc96] messtechnisch bestimmt. Die Faktoren KF_1 und KF_2 stellen Korrekturfaktoren zur Berücksichtigung der Oberwellen im Flussdichteverlauf bezüglich der Hysteres- bzw. Wirbelstromverluste dar.

$$P_{v,Fe,El}(a, \hat{B}_l) = \Gamma(a) \cdot \gamma(\hat{B}_l) \cdot KF_1 \cdot m_{El} \cdot v(\hat{B}_l, f_1) (KF_{2l} + a \cdot KF_{2q}) \quad (2.8)$$

$$P_{v,Fe} = k_M \cdot \sum_{El} P_{v,Fe,El} \quad (2.9)$$

Mit der vorgestellten Methode kann zwar nicht auf die in der klassischen Methode eingesetzten Baufaktoren ($k_{J/Z,H}$, $k_{J/Z,WS}$) verzichtet werden, jedoch kann deren Korrektur weitestgehend auf die Verlusterhöhung an den Stanzrändern reduziert werden (Baufaktor k_M). Ein Vergleich zwischen den mit der FE-Methode und der klassischen semiempirischen Methode bestimmten Ergebnissen findet in Abschnitt 6.4.2 statt.

Rotorverluste

Verglichen mit den Ständerverlusten sind die Rotorverluste eher gering; von Interesse sind sie vor allem wegen der Erwärmung der Magnete, die eine Entmagnetisierung zur Folge haben kann. Sie entstehen durch Wirbelströme, die in dem elektrisch leitfähigen Magnetmaterial und in dem massiven Rotorzylinder durch sich ändernde Magnetfelder induziert werden. Diese Magnetfelder, die sich relativ zum Läufer bewegen, haben grundsätzlich drei unterschiedliche Ursachen ([Hei02], [Jöc92]). Abbildung 2.12 zeigt die Luftspaltflussdichte B_l über eine Polteilung für einen festen Zeitpunkt im Abstand von $1/4$ der Luftspaltweite δ von der Ständerbohrung. Der Anteil, der sich relativ zu den Läufermagneten nicht ändert, ist mit $B_{l,mittel}$ gekennzeichnet. Eine Momentaufnahme der Felder, die sich relativ zum Läufer bewegen und damit Wirbelströme erzeugen, zeigt $B_{l,harm}$. Die entsprechenden Fourierkoeffizienten sind in Abbildung 2.13 dargestellt. Abbildung 2.14 zeigt die Luftspaltflussdichte über eine Polteilung und über eine Rotordrehung von einer Nutteilung im Abstand

von $1/4$ der Luftspaltweite von der Rotorbohrung.

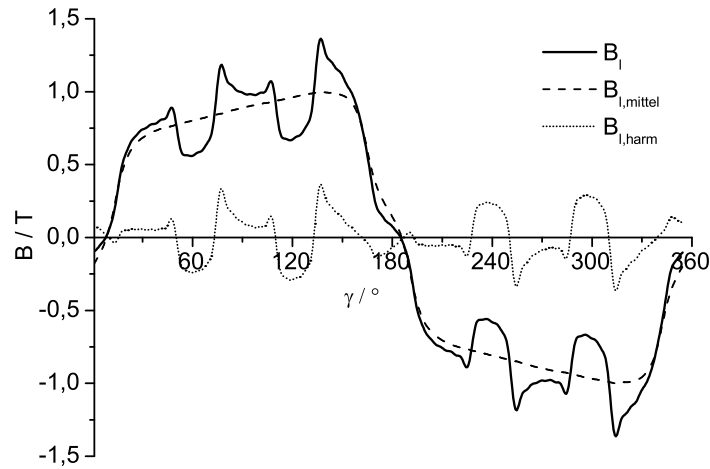


Abbildung 2.12.: Luftspaltflussdichte bei Last, aufgeteilt in den Anteil, der sich relativ zu den Läufermagneten nicht ändert ($B_{l,mittel}$) und in den Anteil, der sich relativ zum Läufer bewegt ($B_{l,harm}$)

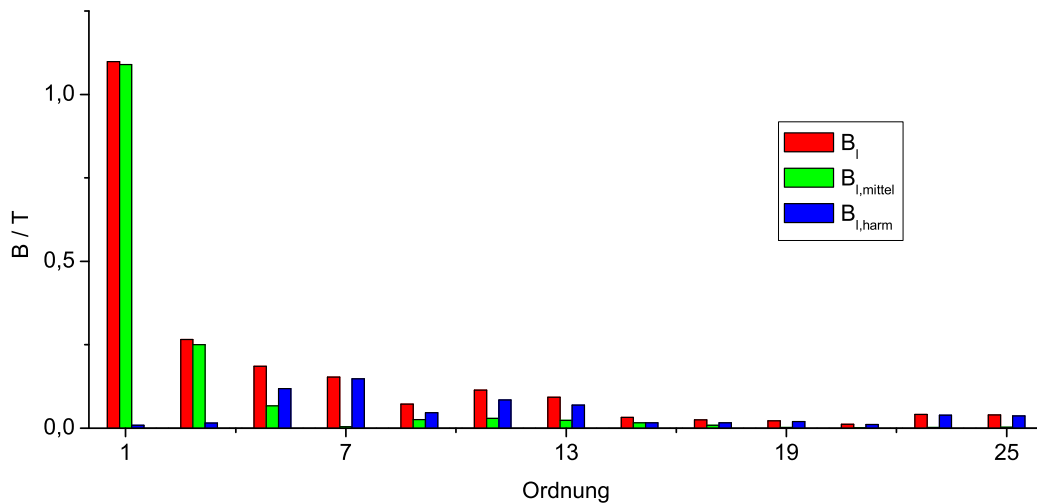


Abbildung 2.13.: Fourierkoeffizienten Luftspaltflussdichte (Komponenten)

Durch die unterschiedlichen magnetischen Leitwerte der Nuten und der Zähne des Ständers kommt es zu Einbrüchen des Polradfeldes, die sich in einem läuferfesten Koordinatensystem mit Synchrongeschwindigkeit fortbewegen. Die dadurch entstehenden Oberwellen der Flussdichte werden Nutungsoberwellen genannt und treten mit der Nutungsgrundfrequenz $f_{(1)} = N \cdot n$ und deren Vielfachen auf.

Die durch die Nutungsharmonischen verursachten Verluste treten bereits im Leerlauf auf und sind belastungsunabhängig, da das Polradfeld nur durch die Läuferma-

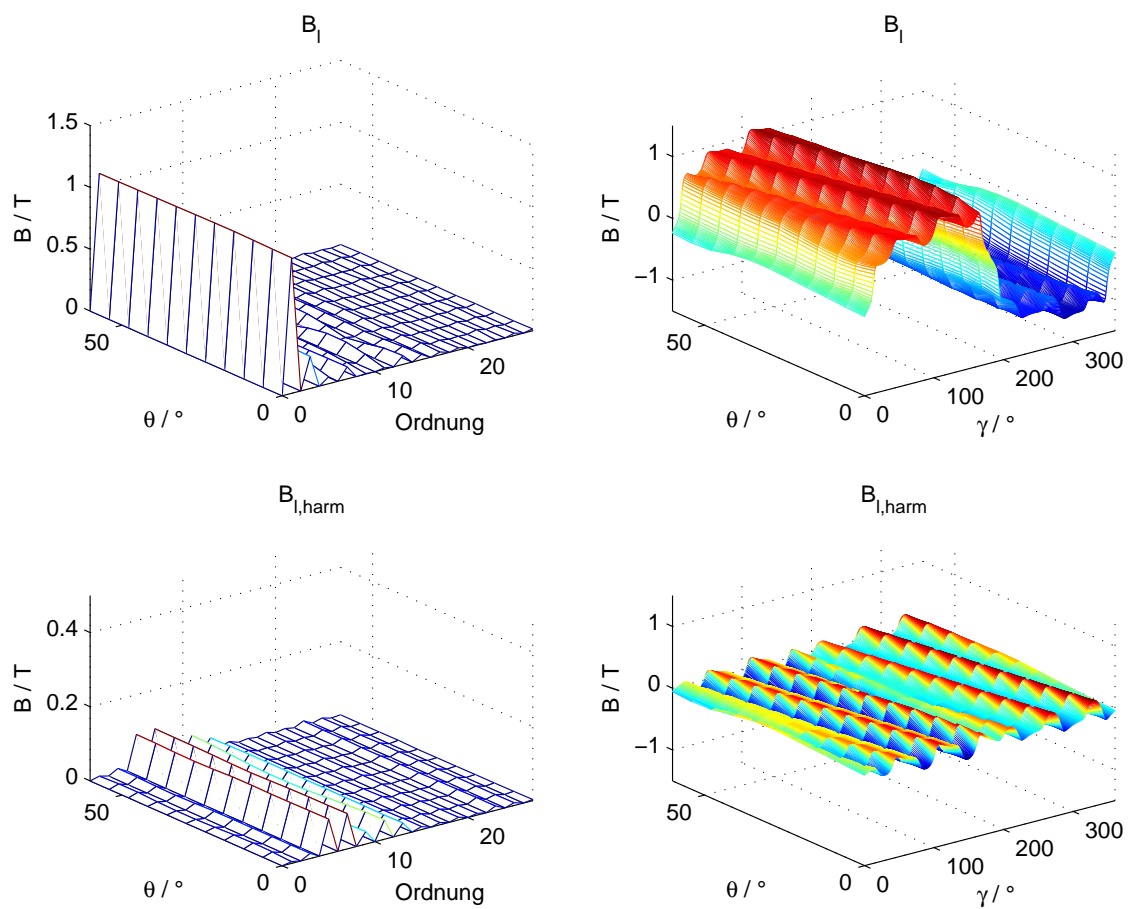


Abbildung 2.14.: Luftspaltflussdichte über eine Polteilung (Winkel γ) während Rotordrehung um eine Nutteilung (Winkel θ), bei Last

gnete erzeugt wird. Abbildung 2.15 zeigt den Verlauf der Luftspaltflussdichte der Nutungsharmonischen über eine Polteilung im Abstand von $1/4$ der Luftspaltweite von der Ständerbohrung. Man erkennt gut, wie im Bereich der Polücke (Mitte und Rand) die Einbrüche kleiner werden; die Gesamtflussdichte ist niedrig, daher wird der Einfluss der Nutung geringer.

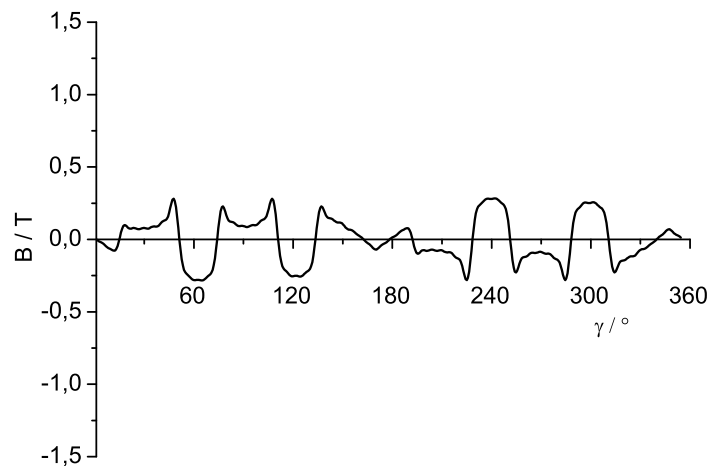


Abbildung 2.15.: Luftspaltflussdichte der Nutungsharmonischen (Oberwellen durch unterschiedliche magnetische Leitwerte von Nuten und Zähnen)

Der zweite Effekt kommt durch die in den Nuten diskret verteilte Ständerwicklung zustande, die über jeder Nut Sprünge im räumlichen Verlauf der Durchflutung verursacht. Das Ständerfeld weist durch diese treppenförmige Durchflutung wicklungsbedingte Oberwellen auf, die Wicklungs- oder Durchflutungsharmonischen (Abbildung 2.16). Die auftretenden Frequenzen sind die gleichen wie bei den Nutungsharmonischen, die Amplituden der Oberwellen schwanken zusätzlich zeitlich aufgrund der veränderlichen eingepprägten Ströme in den Wicklungen. Die durch diesen Effekt hervorgerufenen Verluste sind im Gegensatz zu denen der Nutungsharmonischen belastungsabhängig.

Die beiden ersten Effekte treten schon bei zeitlich ideal sinusförmigen Strömen in den Ständernuten auf. Wird die Maschine an einem Umrichter betrieben und damit nichtsinusförmige Ströme in die Nuten eingeppräg, erhält das Ständerfeld zusätzliche Oberwellen, welche sich relativ zum Läufer bewegen.

Die Frequenzen der auftretenden Oberwellen sind so niedrig, dass sich die Eindringtiefe der elektromagnetischen Felder immer noch in der Größenordnung der Magnethöhe bewegen kann. Bei der Berechnung der Verluste muss also die Rückwirkung der Wirbelströme auf die induzierende Flussdichte berücksichtigt werden.

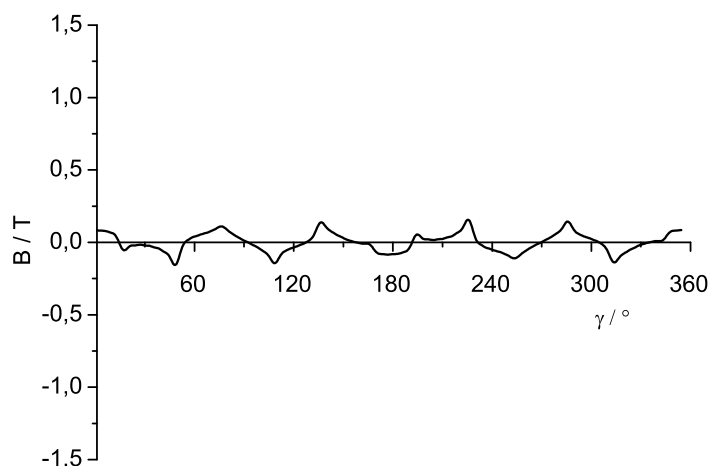


Abbildung 2.16.: Luftspaltflussdichte der Durchflutungsharmonischen (Oberwellen durch räumliche Verteilung der Wicklung)

Zur Bestimmung der Rotorverluste wurde in dieser Arbeit der analytische Ansatz der Wanderwellen aus der Feldtheorie implementiert und mit den gewonnenen Ergebnissen aus den FE-Berechnungen verbunden. Die Beschreibung dieses Ansatzes wird im folgenden Abschnitt und die Herleitung im Anhang A.3 auf Seite 170 dargestellt.

Analytische Bestimmung

Ein ähnlicher Ansatz, der von einem geblechten (nichtleitenden) Rotor ausgeht, ist in [Lan00], [Gre00] und [Hei02] beschrieben.

Zur analytischen Bestimmung der Rotorverluste wird ein Schichtenmodell der Maschine angenommen, bei dem die Flussdichteänderung relativ zum Läufer durch einen anregenden Strombelag in z-Richtung (axial), hier auch Flächenstromdichte J_F genannt, nachgebildet wird (Abbildung 2.17 auf der nächsten Seite). Die Strombelagsschicht wird direkt an der Ständeroberfläche angenommen und erzeugt die gleichen Flussdichteoberwellen wie die oben beschriebenen Effekte. Die Größe b kennzeichnet den Abstand von der Ständerbohrung, bei dem die Luftspaltflussdichte aus der FE-Rechnung ermittelt wird. Dieser Wanderwellenansatz erlaubt eine Vernachlässigung der Ständernutung, die die Lösung des Feldproblems erheblich erschweren würde.

Folgende Annahmen über die verschiedenen Gebiete werden bei dem Schichtenmodell getroffen:

- Nur eine Polteilung in kartesischen Koordinaten wird betrachtet = Periodizität.

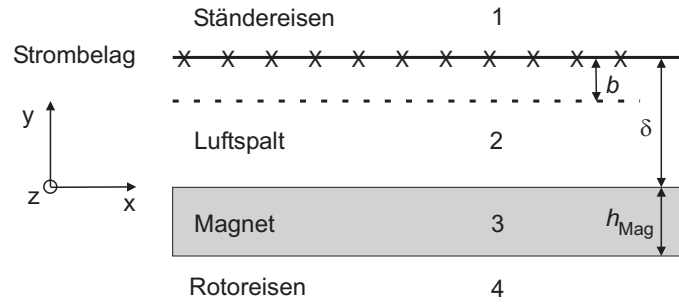


Abbildung 2.17.: Schichtenmodell der Läufermagneten und des Luftspalts

- Es wird eine unendliche Ausdehnung in z-Richtung angenommen; dadurch wird das Problem zweidimensional und die Endeffekte werden vernachlässigt.
- Das Ständerisen wird als unendlich permeabel angenommen ($\mu_1 \rightarrow \infty$).
- Das Läuferisen besitzt eine endliche elektrische Leitfähigkeit ($\kappa_4 > 0$, massiver Rotor¹⁶) und eine endliche Permeabilität ($\mu_4 < \infty$).
- Die Ausdehnung des Ständereisens sowie des Rotoreisens in y-Richtung werden als unendlich angesehen.
- Das Magnetmaterial ist leitfähig ($\kappa_3 > 0$) und besitzt die Permeabilität ($\mu_3 = \mu_M$).

Die Lösung des Feldproblems liefert das komplexe Vektorpotential $\vec{\underline{A}}$, aus dem die elektrische und die magnetische Feldstärke (Gleichung A.44 und A.45 bzw. A.46), sowie die Stromdichte im untersuchten Gebiet (Permanentmagnet, Rotorjoch) (Gleichung A.41) berechnet werden kann. Somit kann die Verlustleistung ermittelt werden nach

$$P_v = \frac{1}{2} \int_V \frac{1}{\kappa} \vec{\underline{J}} \vec{\underline{J}}^* dV. \quad (2.10)$$

Dieses Verfahren wird z.B. [IZH05] und [AWH05] angewandt. Die Auswertung nach Gleichung 2.10 ist jedoch aufwendig. Einfacher ist es, die Verlustleistung mit Hilfe des komplexen Poynting-Vektors zu bestimmen [Hei02],

$$\vec{\underline{S}} = \frac{1}{2} \left(\vec{\underline{E}} \times \vec{\underline{H}}^* \right) \quad (2.11)$$

der die Leistung pro Fläche A angibt, die durch diese hindurchtritt. Die Verlustleistung pro Fläche, die in den Magneten umgesetzt wird, berechnet sich aus der

¹⁶dies ist für die hier untersuchte Art Generator üblich

Differenz des Poyntingvektors an der Grenzfläche Magnet – Luftspalt und Magnet – Rotorjocheisen (Gleichung 2.12). Analog ist das Vorgehen für die Rotorverluste. Bedingt durch die oben beschriebenen Annahmen ist die Verlustleistung bezogen auf die Oberfläche des Rotorjochs die gesamte Leistung, die in das Rotoreisen eintritt (Gleichung 2.13).

$$p_{v, \text{Mag}, \nu} = - \left[\Re \left\{ \underline{\vec{S}} \Big|_{y=0} \right\} - \Re \left\{ \underline{\vec{S}} \Big|_{y=-h_{\text{Mag}}} \right\} \right] \quad (2.12)$$

$$p_{v, \text{rJ}, \nu} = - \Re \left\{ \underline{\vec{S}} \Big|_{y=-h_{\text{Mag}}} \right\} \quad (2.13)$$

Der gewählte Wanderwellenansatz erlaubt die Betrachtung jeweils einer Frequenz; die Gesamtverluste ergeben sich dann aus der Summe der Einzelverluste, die durch die verschiedenen Oberwellen (als Vielfache ν von der Grundfrequenz) im Rotor verursacht werden. Integriert über die Oberfläche von Magnet bzw. Rotoreisen berechnet sich die Verlustleistung nach Gleichung 2.14 bzw. 2.15.

$$P_{v, \text{Mag}} = \xi_{\text{Mag}, t} \cdot \sum_{\nu} \int_A p_{v, \text{Mag}, \nu} \, dA \quad (2.14)$$

$$P_{v, \text{rJ}} = \sum_{\nu} \int_A p_{v, \text{rJ}, \nu} \, dA \quad (2.15)$$

In der Realität sind die Permanentmagnete bei solchen Generatoren pro Pol jedoch aus konstruktiven Gründen sowohl in axialer als auch in tangentialer Richtung (Umfangsrichtung) unterteilt. Dies hat gleichzeitig den Vorteil, dass die Wirbelströme nur in den Teilmagneten induziert werden können. In [Lu05] und [Bin00] wird die Verminderung der Verluste durch die axiale Unterteilung der Magnete mit einer verminderten elektrischen Leitfähigkeit ($\kappa_{\text{Mag}, \text{eff}}$) der Magnete berücksichtigt. Die tangentiale Magnetunterteilung, welche die Wirbelströme reduziert, wird vernachlässigt. Dies hat eine geringfügige Überschätzung der Magnetverluste zur Folge. Abschnitt 6.4.3 zeigt Ergebnisse, die mit dieser Methode bestimmt wurden.

$$\kappa_{\text{Mag}, \text{eff}} = \kappa_{\text{Mag}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{b_{\text{Mag}}}{l_{\text{Mag}}}} \quad (2.16)$$

3. Details und Ergebnisse zu den Finite-Elemente-Berechnungen

In diesem Kapitel werden Details und Ergebnisse zu den Finite-Elemente-Berechnungen beschrieben. Zuerst soll auf die Vorgehensweise zur Generatorberechnung mit der Finite-Elemente-Methode mit dem Programm *ANSYS* eingegangen werden. Dabei wird auf Details zur FE-Modellierung des Generators und der Beschaltung sowie auf die Auswertung der FE-Berechnung eingegangen. Danach werden Ergebnisse verschiedener Untersuchungen dargestellt, die im Verlauf der Entwicklung mehrerer Generatoren entstanden sind.

3.1. Grundlegendes zur FE-Berechnung

In den folgenden zwei Abschnitten wird auf die Modellierung, das *Preprocessing* und die Auswertung, das *Postprocessing*, eingegangen.

3.1.1. FE-Modellierung des Generators und der Beschaltung

Grundlegend gilt für die Modellierung bei FE-Berechnungen, dass durch Ausnutzung von Symmetrien das Modell und dementsprechend die Anzahl der Elemente und Knoten so klein wie möglich zu halten ist. Bei der Berechnung elektrischer Maschinen richtet sich dieses *kleinste* Modell nach der Anzahl der Erregerpole sowie der Nutung und Wicklung des Ständers. Den einfachsten Fall stellt hier eine Maschine mit einer Ganzlochwicklung dar. Damit reicht es aus, einen Pol zu modellieren. Die Berechnungen in dieser Arbeit beschränken sich auf solche Generatoren. Die Symmetriebedingung für die Knoten des linken Modellrands des Generators lautet damit

$$A_z(n_{\text{links}}) = -A_z(n_{\text{rechts}}). \quad (3.1)$$

Dies wird für jeden Knoten¹ in Form einer Restriktionsgleichung realisiert.

Die Skizze des Querschnitts eines permanenterregten Synchrongenerators mit Innenläufer und 30 Polpaaren mit einer dreiphasigen Wicklung und einer Lochzahl von $q = 1$ ist in Abbildung 3.1 und 3.2 abgebildet. Bei der Modellierung des FE-Modells

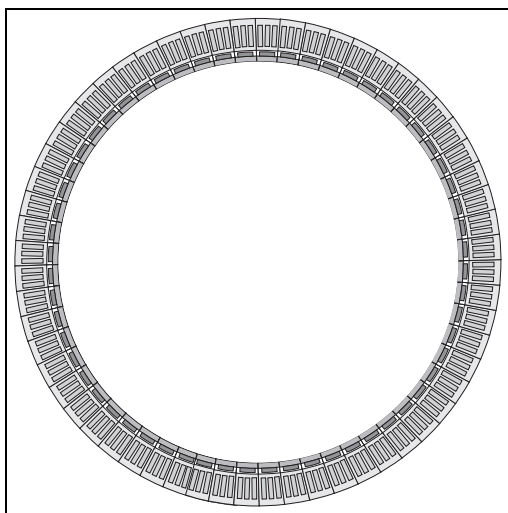


Abbildung 3.1.: Skizze des Querschnitts eines permanenterregten Synchrongenerators mit Innenläufer und 30 Polpaaren

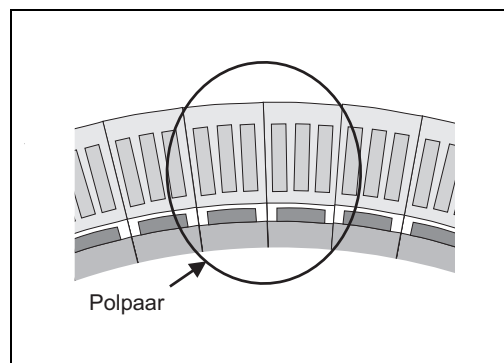


Abbildung 3.2.: Vergrößerung eines Polpaares aus dem Gesamtquerschnitt

ist darauf zu achten, dass eine gute Vernetzbarkeit gewährleistet ist. Aus diesem Grund ist es ratsam, komplexe Geometrien, wie z.B. den Stator mit seinen Nuten und Zähnen, in kleinere Geometrien zu unterteilen. Ein Beispiel für ein FE-Modell eines Pols eines permanenterregten Synchrongenerators mit Außenläufer und einer 6-phasigen Wicklung zeigt Abbildung 3.3. Man sieht, dass außer dem eigentlichen Generatorpol ein Teil der umgebenden Luft modelliert ist. Dabei bietet *ANSYS* die Möglichkeit, mit so genannten *Farfield* Elementen eine unendliche Luftausdehnung zu modellieren. Dies ist für die hier betrachteten Generatoren nicht zwingend erforderlich, da mit der Randbedingung $A_z = \text{const}$ am Modellrand Flussparallelität erzwungen werden kann, was der Realität sehr gut entspricht. Abbildung 3.4 zeigt das zugehörige Netz². Dabei ist darauf zu achten, dass in Bereichen großer Flussänderung, wie sie z.B. im Luftspalt stattfindet, das Netz ausreichend fein und homogen gestaltet wird³. Eine Detailaufnahme der Vernetzung in diesem Bereich zeigt Ab-

¹die Koordinaten der Knoten am rechten und linken Generatorrand müssen jeweils den gleichen Radius haben

²Vernetzt wird der Generatorpol in *ANSYS* mit den so genannten *PLANE53* und das Farfield mit den *INFIN110* Elementen

³Da die Feinheit des Netzes und damit die Anzahl der Elemente eine Auswirkung auf den Diskretisierungsfehler, jedoch auch auf die Rechenzeit hat, sollte die Vernetzung gerade so fein gewählt werden, dass die gesuchte Lösung der FE-Berechnung konvergiert. Dies kann nur durch Variati-

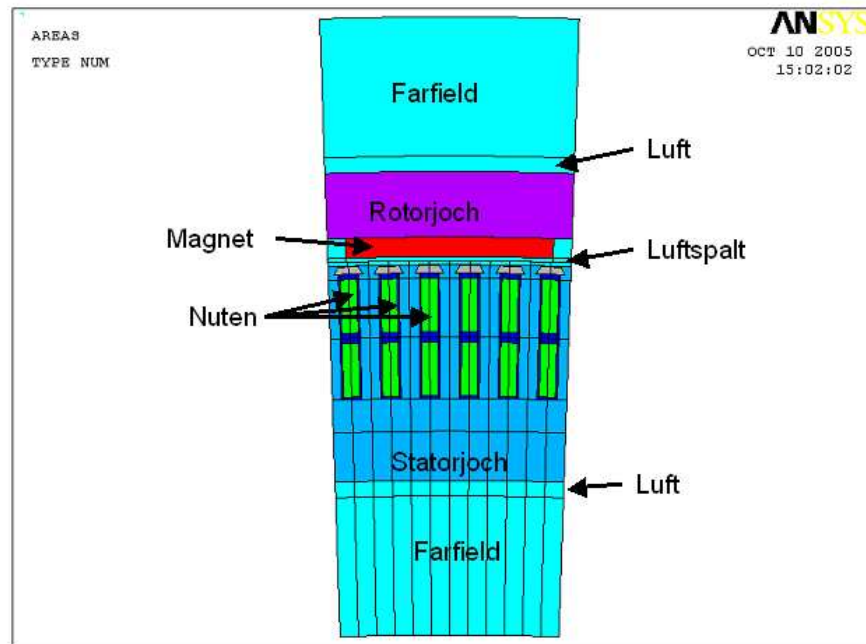


Abbildung 3.3.: FE-Modell

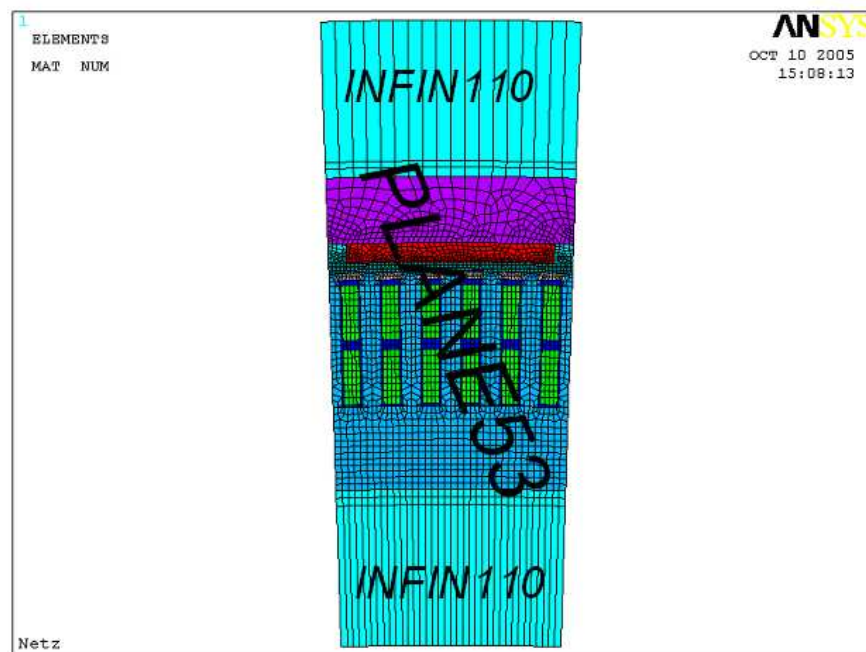


Abbildung 3.4.: Netz FE-Modell

bildung 3.5. In dieser Abbildung fällt auf, dass der Luftspalt aus vier Elementreihen besteht, wobei die Elemente der zweiten und dritten Reihe nicht die gleichen Eckknoten besitzen, was besonders am rechten Rand deutlich wird. Das hat seinen Ursprung in der Besonderheit, dass bei der FE-Modellierung von rotierenden elektrischen Maschinen die Bewegung des Rotors über den Stator berücksichtigt werden muss. Dies wird mit Restriktionsgleichungen realisiert, die die Luftspalttrandknoten des Rotors mit denen des Stators verknüpfen. Dadurch ist es möglich, Rotor und Stator getrennt voneinander zu vernetzen, ohne darauf achten zu müssen, dass die Knoten der Elemente an der Grenzfläche bei jeder inkrementellen Weiterdrehung aufeinander fallen. Ein Beispiel für einen gedrehten Rotor zeigt Abbildung 3.6.

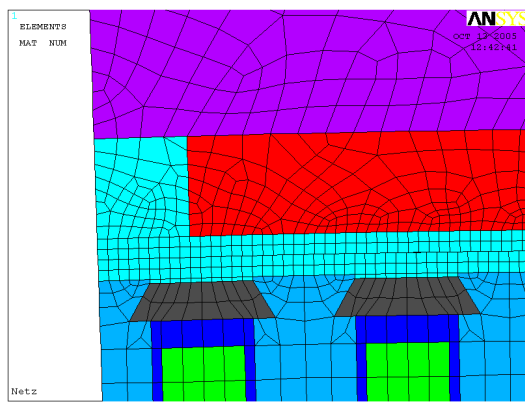


Abbildung 3.5.: Vernetzung Luftspalt FE-Modell

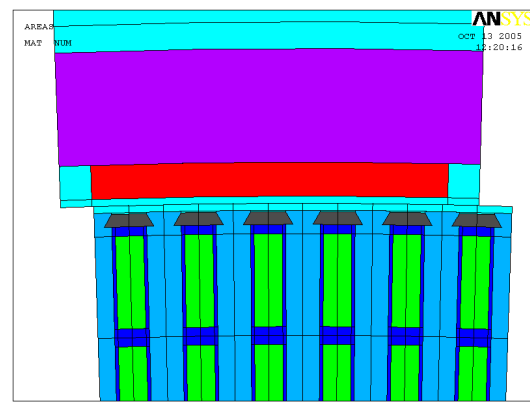


Abbildung 3.6.: Rotordrehung

Die Restriktionsgleichungen können unter *ANSYS* mit dem Makro *CEINTF* geschrieben werden. Dabei gibt es jedoch eines zu beachten. Eine Restriktionsgleichung koppelt immer einen so genannten *Slave*-Knoten an mehrere so genannte *Master*-Knoten, wobei ein *Slave*-Knoten einer Restriktionsgleichung nicht als *Master*-Knoten in einer anderen Restriktionsgleichung vorkommen darf. Dies führt zum *Master-Slave*-Konflikt. Durch die Kopplung der Randknoten (Gleichung 3.1 auf Seite 27) und die Kopplung der Luftspaltknoten entsteht jedoch dieser Konflikt an einem Modellrandknoten. Abbildung 3.7 verdeutlicht dies. Der Rotor ist in diesem Bild etwas nach oben verschoben, um die Kopplungen zwischen den Knoten, welche durch Linien angedeutet sind, besser zu veranschaulichen. Dieser Konflikt wird

on der Netzgröße bestimmt werden. Desweiteren ist es wichtig, dass die Elemente gut konditioniert sind, d.h. dass die Winkel und die Kantenlängen zueinander in bestimmten Verhältnissen stehen. Details dazu sind z.B. in [ANS05] gegeben. Die hier dargestellten Vernetzungen zeigen eine exemplarische Netzgröße, so dass bestimmte im Text beschriebene Details verdeutlicht werden.

gelöst, indem der entsprechende *Master*-Knoten in dieser Gleichung mit dem *Slave*-Knoten aus der Randknotenkopplung ausgetauscht wird und der Koeffizient sein Vorzeichen wechselt.

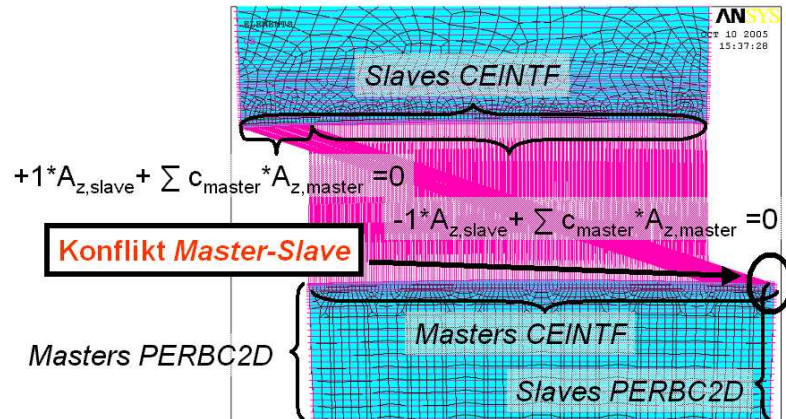


Abbildung 3.7.: Master-Slave-Konflikt

Die Beschaltung des Generators kann in *ANSYS* mit so genannten *CIRCUIT* Elementen realisiert werden. Abbildung 3.8 zeigt beispielhaft zwei im Stern verschaltete 3-Phasenwicklungen des Generators, die über einen Diodengleichrichter auf einen Gleichspannungszwischenkreis einspeisen. Als Besonderheit sei dabei zu erwähnen, dass der Generator mit einer Schrägung versehen ist, die in jedem Wicklungsstrang durch fünf in Reihe geschaltete Elemente realisiert wurde. Näheres dazu wird in Abschnitt 3.2.1 beschrieben.

3.1.2. Berechnung und Auswertung

Für die FE-Berechnung des Generators stellt sich zuerst die Frage, ob die Rechnung transient oder statisch erfolgen soll. Dies hängt entscheidend davon ab, wie der Generator betrieben werden soll. Bei Betrieb an einem IGBT-Gleichrichter wird in der Regel ein sinusförmiger Strom mit einem bestimmten Winkel (Stromflusswinkel ψ) relativ zur q-Achse in die Generatorwicklung eingeprägt. Vernachlässigt man den Stromrippel, der durch die Schalthandlungen der IGBTs verursacht wird, so ist es möglich, den sinusförmigen Strom mit dem entsprechenden Winkel ψ relativ zur Polradachse als äußere Last in das FE-Modell einzuprägen. Dies ermöglicht eine statische Berechnung des Generators, welche zur Magnetkreisauslegung in der Phase der Generatorentwicklung völlig ausreichend ist.

Anders verhält es sich, wenn der Generator an einem Diodengleichrichter betrieben wird. In diesem Fall ist es nicht möglich den Strom zu regeln und man steht bei

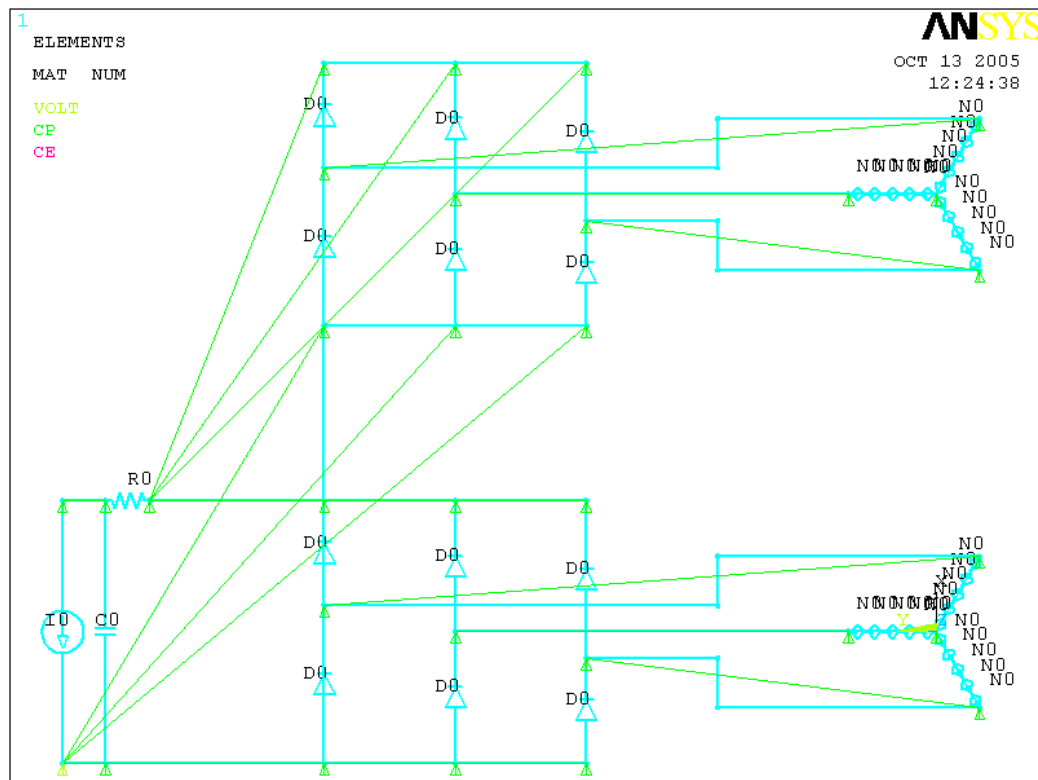


Abbildung 3.8.: Generatorbeschaltung mit Diodenbrücke unter Berücksichtigung der Schrägung

der statischen Magnetkreisberechnung vor dem Problem, dass der Stromflusswinkel ψ vor der Lösung nicht bekannt ist. Damit kann der Strom nicht in der entsprechenden Phasenlage eingeprägt werden. Abhilfe kann man sich verschaffen, indem man durch eine Iteration über die Variable ψ versucht, den Leistungsfaktor $\cos \varphi$ zu erreichen, der sich bei Betrieb an einem Diodengleichrichter einstellen wird. Jedoch ist der Leistungsfaktor vor der Berechnung nur ungefähr bekannt und wird näherungsweise oft mit 1 angegeben. In der Realität benötigt jedoch der Diodengleichrichter Kommutierungsblindleistung, so dass der Leistungsfaktor etwas geringer als 1 ist.

Ein weiteres Problem bereiten die durch den Diodengleichrichter erzeugten Stromoberwellen, die mitunter sehr groß werden können und die Stromform sehr stark von der Sinusform abweichen lassen. Diese Oberwellen sind nur sehr schwer näherungsweise analytisch bestimmbar und werden somit bei der Einprägung der Statorströme in der Regel nicht berücksichtigt. Die statische Berechnung für einen solchen Generator lässt sich somit nur schwer realisieren. In diesem Fall bietet es sich an, den Generator mit seiner Beschaltung (Diodengleichrichter, Gleichspannungs- und Kompensationskapazität, etc.) für eine transiente Berechnung zu modellieren und zu berechnen. Hier kann man von der Potentialseite an das Problem herangehen und die Ströme Teil der Lösung werden lassen.⁴

Als nächste Frage stellt sich, wie groß die Anzahl der Rotorpositionen, sowie die Schrittweite der Rotordrehung zu wählen ist. Diese Frage muss für den statischen und transienten Fall getrennt betrachtet werden. Bei der statischen Rechnung wird für jede Rotorstellung eine *Momentaufnahme* in der Maschine berechnet. Da die von dem Statorstrom erzeugte Durchflutung nicht gleichmäßig über den Umfang der Statorbohrung, sondern bedingt durch die diskrete Verteilung der Nuten *trepfenförmig* verteilt ist und der magnetische Leitwert des Stators über den Umfang durch die Nutung nicht konstant ist, ist das Ergebnis abhängig von der Rotorstellung. Aus diesem Grund müssen mindestens zwei Rotorpositionen berechnet werden, um diesen Einfluss zu berücksichtigen. Für diese zwei Positionen bieten sich zwei Sonderfälle an, nämlich

⁴Die Berechnung des transienten Verhaltens des Generator-Umrichtersystems mit der FE-Methode ist ein zeitaufwendiges Unterfangen, da bereits sehr viele Zeitschritte ausgewertet werden müssen, bis das System eingeschwungen ist. Mit einem Ersatzschaltbild und einem transienten Simulationsprogramm kann dies wesentlich schneller erfolgen. Um jedoch das durch die Eisensättigung hervorgerufene nichtlineare Verhalten annähernd genau zu beschreiben, müssten vor der transienten Simulation Kennfelder der sättigungsabhängigen Induktivitäten und der Polradspannung als Funktionen von Stromamplitude und Stromflusswinkel erstellt werden, was auch sehr rechenzeitintensiv ist. In Anbetracht der enormen Zunahme der Rechenleistung, wie sie in den letzten Jahren stattgefunden hat und aller Wahrscheinlichkeit nach auch weiterhin stattfinden wird, wird sich die Effizienz der FE-Methode zur Berechnung des transienten Verhaltens zunehmend steigern.

- (a) minimaler magnetischer Leitwert (Abbildung 3.9)
- (b) maximaler magnetischer Leitwert (Abbildung 3.10)

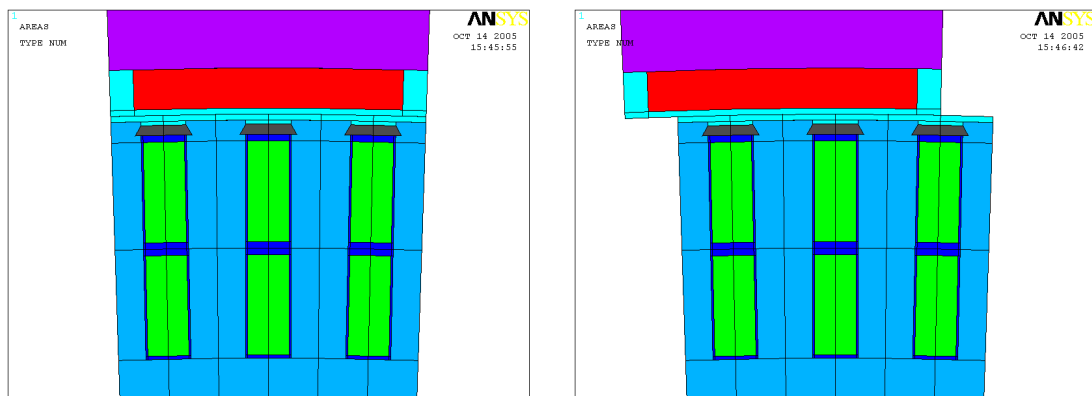


Abbildung 3.9.: 1. Rotorposition (a) mit minimalem magnetischen Leitwert

Abbildung 3.10.: 2. Rotorposition (b) mit maximalem magnetischen Leitwert

Als Ergebnis erhält man z.B. die Kräfte mit Hilfe des Maxwellschen Spannungstensors oder der Methode der Virtuellen Verschiebung, die Flussdichtevertelung und der Flussverlauf und daraus die Strangspannungen sowie Induktivitäten. Die Vorgehensweise zur Auswertung der FE-Berechnung ist ausführlich in [Sch06] dargestellt und soll hier nicht näher erläutert werden.

Um diese Größen für eine volle elektrische Periode auszuwerten reicht es aus, den Rotor um die Anzahl der Nuten pro Strang und Pol weiterzudrehen. Durch Ausnutzung der Symmetrien und mit Hilfe der bekannten Periodendauer kann dann eine elektrische Periode dargestellt werden. Als nächstes stellt sich die Frage, wie groß die Anzahl der Rotorpositionen $n_{\text{Rotorpositionen}}$ gewählt werden muss, um ein ausreichend genaues Ergebnis zu erzielen. Dies hängt selbstverständlich davon ab, was betrachtet werden soll. Zur Analyse von Oberwellen z.B. der Rastmomente oder der Spannungsharmonischen wird mindestens die doppelte Anzahl von Stützstellen pro Periode benötigt, wie die Ordnung der betrachteten Oberwelle. Die Anzahl der Stützstellen $n_{\text{Stütz}}$ hängt dabei mit

$$n_{\text{Stütz}} = 2 \cdot m \cdot q \cdot n_{\text{Rotorpositionen}} \quad (3.2)$$

von der Anzahl der Rotorpositionen ab. Die normierten tangentialen Kraftdichten für den Gleichanteil, sowie 6., 12. und 18. Harmonische sind in Abbildung 3.11 für eine dreiphasige Maschine und in Abbildung 3.12 für eine sechsphasige Maschine mit jeweils $q = 1$ dargestellt.

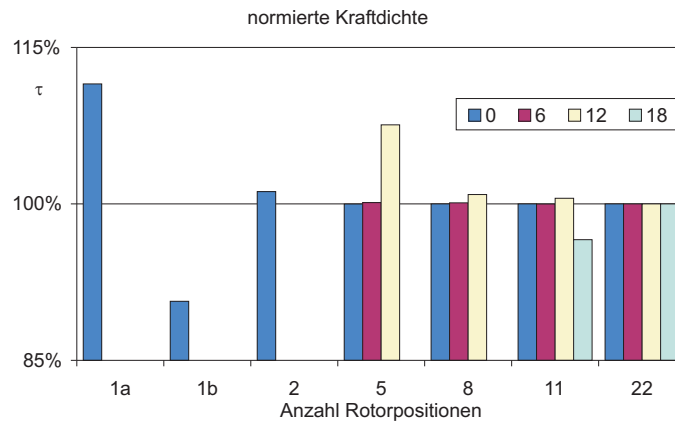


Abbildung 3.11.: Vergleich der normierten Kraftdichte (Gleichanteil mit Harmonischen) bei verschiedenen Anzahlen von Rotorpositionen für eine dreiphasige Maschine mit $q = 1$

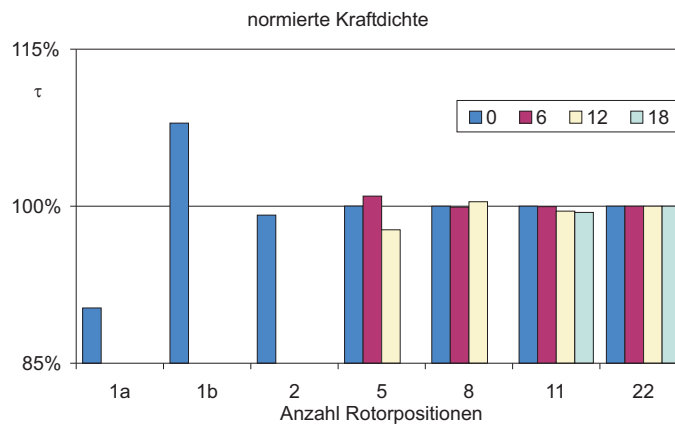


Abbildung 3.12.: Vergleich der normierten Kraftdichte (Gleichanteil mit Harmonischen) bei verschiedenen Anzahlen von Rotorpositionen für eine sechshephige Maschine mit $q = 1$

Bei der transienten Rechnung sieht die Lage anders aus. Die inkrementelle Größe der Rotordrehung hängt dabei von dem Konvergenzverhalten des transienten Modells ab. Sie kann nur durch Ausprobieren herausgefunden werden. Dabei spielt die Beschaltung des Generators eine große Rolle. Ein Diodengleichrichter verhält sich stark nichtlinear und erfordert dementsprechend eine kleinere Rotorschrittweite als die Simulation eines Klemmenkurzschlusses, der durch kleine Widerstände zwischen den Generatorklemmen realisiert wird. Wird sie zu groß gewählt, so konvergiert das Modell in einem Schritt nicht und die Berechnung bricht ab. Die Frage, wie weit der Rotor insgesamt gedreht werden muss, kann auch nicht ohne weiteres beantwortet werden. Da die Anfangsgrößen der Ströme und Spannungen nicht bekannt sind, muss das System erst einschwingen. Dieser Vorgang kann je nach Modell Aufbau einige elektrische Perioden in Anspruch nehmen. Ist der stationäre Zustand erreicht, kann die eigentliche transiente Untersuchung beginnen. Dazu gehören unter anderem verschiedene Kurzschlussberechnungen. Die Anzahl der Perioden, die nach einem solchen Kurzschluss von Interesse sind, hängt nun wiederum von dem Generatordesign ab, da dieses das Abklingen der Kurzschlussströme bestimmt.

3.2. Reduzierung von Kraftoberwellen

Trotz ihrer ökologischer Vorteile haben Windkraftanlagen aus unterschiedlichen Gründen ein großes Akzeptanzproblem bei vielen Menschen. Eines der immer wieder aufgeführten Argumente gegen die Windkraft ist der emitierte Lärm. Konstruktionsbedingt können direktangetriebene permanenterregte Generatoren eine nicht unerhebliche Lärmquelle darstellen, da Läufer und Ständer wegen ihres großen Durchmessers in Relation zu den kleinen Jochen einen guten Resonanzkörper bilden. Aus diesem Grund werden Bestrebungen angestellt, die anregenden Kraftoberwellen, die in tangentialer und radialer Richtung wirken, zu reduzieren. Solche Kraftoberwellen entstehen durch

- die von der Nutung verursachte Schwankung des magnetischen Leitwertes,
- die vom Ständerstrom in den diskreten Nuten verursachten Durchflutungssprünge,
- Oberwellen des Ständerstromes.

Zur Reduzierung dieser schwingungsanregenden Kraftoberwellen gibt es unterschiedliche Ansätze.

- Schrägung über eine Nutteilung

- Günstige Wahl der Polbedeckung
- Magnetstaffelung über eine halbe Nutteilung
- Bruchlochwicklung
- Kombination aus mehreren Ansätzen

Für die in dieser Arbeit untersuchten Generatoren wurden die ersten drei Ansätze und eine Kombination derer verfolgt. Die folgenden Abschnitte gehen näher auf diese Ansätze ein. Eine Ausführung des Generators mit Bruchlochwicklung öffnet ein weiteres großes Feld von Optimierungsmöglichkeiten. Leider steigt der Aufwand der FE-Modellierung und die Berechnungszeit des FE-Modells, da bei einer Bruchlochwicklung mehrere Pole modelliert werden müssen, bis man zyklische oder antizyklische Symmetriebedingungen ausnutzen kann. Aus zeitlichen Gründen wurden Maschinen mit Bruchlochwicklung in dieser Arbeit nicht weiter untersucht, sie sind aber Bestandteil von weiterführenden Arbeiten des Instituts.

3.2.1. Berücksichtigung der Schrägung

Zur Einsparung von Rechenzeit wird das FE-Modell in 2D modelliert. Dies setzt allerdings voraus, dass zum einen der Einfluss der axialen Randeffekte (z.B.: Stirnstreuung der Wickelköpfe) auf das Maschinenverhalten vernachlässigbar ist, sowie das Magnetfeld keine axiale Änderung erfährt. Dies ist nicht mehr der Fall, wenn in der Maschine eine Schrägung, üblicherweise der Erregerpole, eingesetzt wird, um ungewünschte Effekte wie Nutrasten, Luftspaltoberwellen, Vibrationen und Geräusche zu reduzieren. Um in diesem Fall weiterhin eine 2D-Magnetfeldberechnung anwenden zu können, kann man die Schrägung in axialer Richtung diskret betrachten⁵. Dabei wird das Modell von einem 2D-FE-Modell mit der Länge l auf n_{Schr} 2D-FE-Modelle, so genannte Schrägungssegmente erweitert. Die Länge dieser Schrägungssegmente berechnen sich bei dieser diskreten Betrachtung durch Multiplikation mit der *Gewichtung*. Die Gewichtung und die Positionen dieser Segmente in der Maschine werden von der verwendeten Diskretisierungsmethode bestimmt. Aus der Literatur ([GVM01], [DGHW03]) sind verschiedene Verfahren bekannt.

⁵Bei permanenterregten Synchrongeneratoren werden die Erregerpole aus einzelnen Teilmagneten zusammengesetzt. Dadurch erhält man auch in der realen Maschine eine diskrete Schrägung. Die Anzahl der Schrägungssegmente ist dann z.B. von dem verwendeten Fertigungsverfahren (Klebung der Magnete, Verschraubung von Magnetmodulen) abhängig.

- *Uniform* – Position und Gewichtung der Segmente uniform, d.h. die Positionen der Schrägungssegmente sind äquidistant über die Generatorlänge verteilt und jedes Schrägungssegment wird gleich gewichtet.
- *Halbrand* – Position und Gewichtung der Segmente uniform, mit Ausnahme des Generatorrandes, d.h. die Positionen der Schrägungssegmente sind äquidistant über die Generatorlänge verteilt, wobei das erste und letzte Schrägungssegment auf dem Generatorrand liegt. Die zwei Randsegmente werden halb so hoch wie die restlichen Segmente gewichtet
- *Gauss* – Position und Gewichtung der Segmente nach der Gauß-Quadratur, d.h. die Positionen werden aus den Nullstellen eines Polynoms aus der Familie der Legendre-Polynome und die Gewichtung aus den integrierten zugehörigen Lagrange-Polynomen berechnet ([BS]).

Abbildung 3.13 veranschaulicht die Verfahren am Beispiel von 5 Schrägungssegmenten.

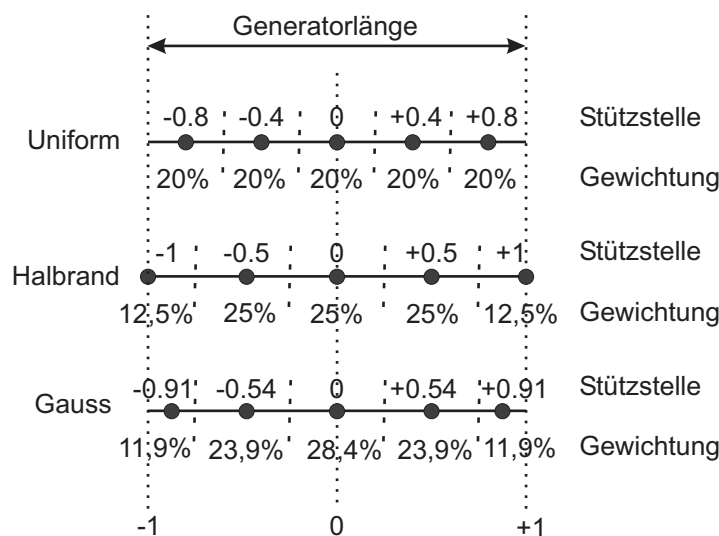


Abbildung 3.13.: Position und Gewichtung der Schrägungssegmente für $n_{Schr} = 5$

Eine Aussage über das Konvergenzverhalten bezüglich der Anzahl der Schrägungssegmente hängt davon ab, welche Ergebnisse aus der FE-Berechnung extrahiert werden sollen. Dabei muss prinzipiell zwischen Leerlauf- und Lastberechnungen unterschieden werden, da die auf Seite 36 genannten Effekte Einfluss unterschiedlicher Größenordnung haben. Für eine Grundwellen- und Gleichanteilbetrachtung sind nur wenige Schrägungssegmente nötig, soll jedoch aus der Berechnung der Oberwellenanteil hervorgehen, so erhöht sich die Anzahl der notwendigen Schrägungssegmente mit der Ordnung der zu berechnenden Harmonischen. Zur Untersuchung

dieser Einflüsse kann man z.B. die Kraftdichten (radial und tangential) oder die induzierte Ständerspannung betrachten.

Abbildung 3.14 zeigt das Konvergenzverhalten der tangentialen und radialen Kraftdichte (Gleichanteil) bei einem Generator mit Nennbelastung und im Leerlauf mit einer Schrägung um eine Nutteilung bei steigender Anzahl von Schrägungssegmenten. Die gezeigten Ergebnisse sind jeweils auf das Ergebnis der Berechnung für 15 Schrägungssegmente bei einer uniformen Verteilung der Positionen und Gewichtungen der Segmente normiert.

Man sieht, dass für die Grundwellen- und Gleichanteilbetrachtung bei Nennlast die Verfahren *Gauß-Quadratur* und *Uniform* besonders schnell konvergieren und damit sehr gut zur Diskretisierung der Schrägung eingesetzt werden können. Im Leerlauf verschwindet der Gleichanteil der tangentialen Kraftdichte durch die Schrägung über eine Nutteilung weitestgehend, d.h. die Nutrastmomente kompensieren sich. Dies kann mit dem *Uniform*-Verfahren bereits bei 5 Schrägungssegmenten gut approximiert werden.

Abbildung 3.15 zeigt die Grundwelle der verketteten Ständerspannung in Abhängigkeit der Anzahl der Schrägungssegmente für Leerlauf und Nennlast. Eine gute Konvergenz kann schon mit sehr wenigen Schrägungssegmenten erreicht werden.

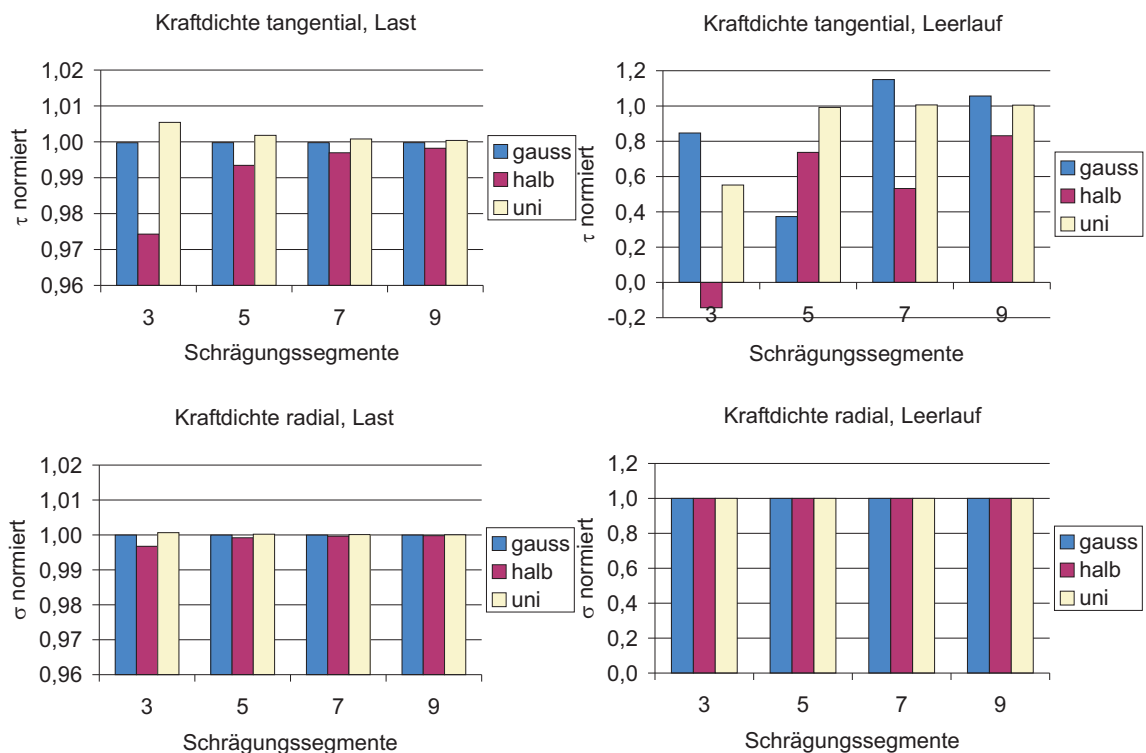


Abbildung 3.14.: Konvergenz der tangentialen und radialen Kraftdichte (Gleichanteil) bei Nennlast und Leerlauf

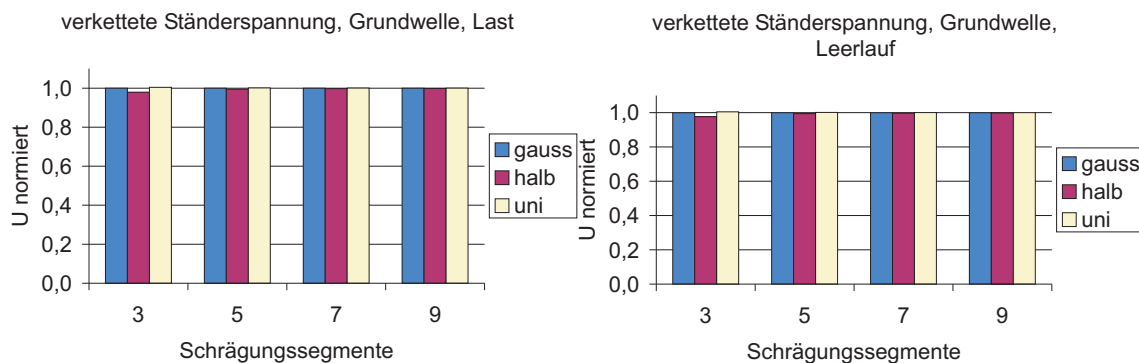


Abbildung 3.15.: Konvergenz der verketteten Ständerspannung (Grundwelle) bei Nennlast und Leerlauf

Das Konvergenzverhalten für die Ausprägung der Oberwellen im Kraftdichteverlauf verhält sich bei Betrieb unter Last ähnlich gut. Anders sieht es aus, wenn man sich das Konvergenzverhalten für die stromlose Maschine ansieht (Abbildung 3.16 und 3.17). Der hier auftretende Fehler ist unter Umständen sehr groß und wurde zur besseren Darstellung mit einer logarithmischen Achseneinteilung dargestellt.

Anstelle der Kraftdichteharmonische interessiert oft einfach nur die resultierende Kraftdichteschwankung. Eine Betrachtung der lokalen maximalen Kraftdichteschwankung bei Berücksichtigung aller Schrägungssegmente erscheint zudem sinnvoll, da auch eine lokale Schwingungsanregung über die axiale Länge möglich ist. In diesem Fall erhält man unter Last für die Schrägungssegmente verschiedene Werte, da der Kraftbeitrag des diskret verteilten Ständerstrombelags durch den unterschiedlichen Stromflusswinkel ψ unterschiedlich groß ausfällt⁶. Diese Größen sind in Abbildung 3.18 auf Seite 43 dargestellt.

Für die Kraftdichteschwankung und -harmonische unter Last zeigt sich, dass der Effekt des Nutrasten klein ist im Vergleich zu den anderen genannten Effekten. Es ergibt sich eine Konvergenz schon bei wenigen Schrägungssegmenten. Die Kraftdichteschwankung im Leerlauf hängt jedoch stark von der Anzahl der Schrägungssegmente, als auch vom Verfahren der Diskretisierung ab.

Die Harmonischen der verketteten Ständerspannung zeigen im Leerlauf ein besseres Konvergenzverhalten als die Kraftdichte (Abbildung 3.19).

Mit dem Verfahren *Uniform* können hinreichend genaue Approximationen mit einer kleinen Anzahl von Schrägungssegmenten getroffen werden. Vorteil dieser Methode ist, dass sie sehr einfach zu realisieren ist. Die Positionen und Gewichte der Gauß-Quadratur sind hingegen nicht so einfach bestimmbar, in der Regel kann man sie aber aus Tabellen entnehmen.

⁶ ψ variiert bei einer Schrägung um eine Nutteilung um $\pm\tau_N/2$

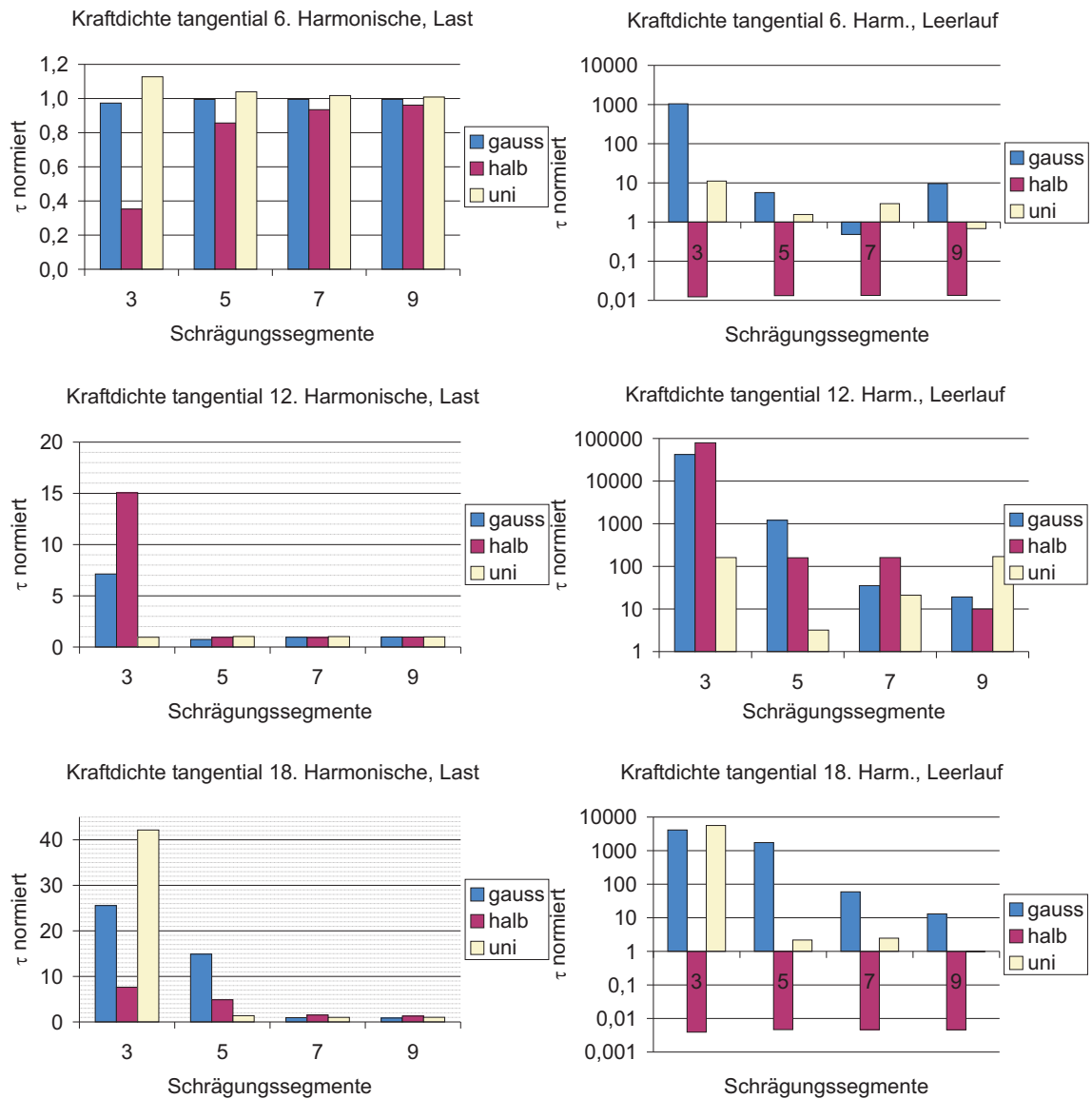


Abbildung 3.16.: Konvergenz der 6. - 18. Harmonischen der tangentialen Kraftdichte bei Nennlast und Leerlauf

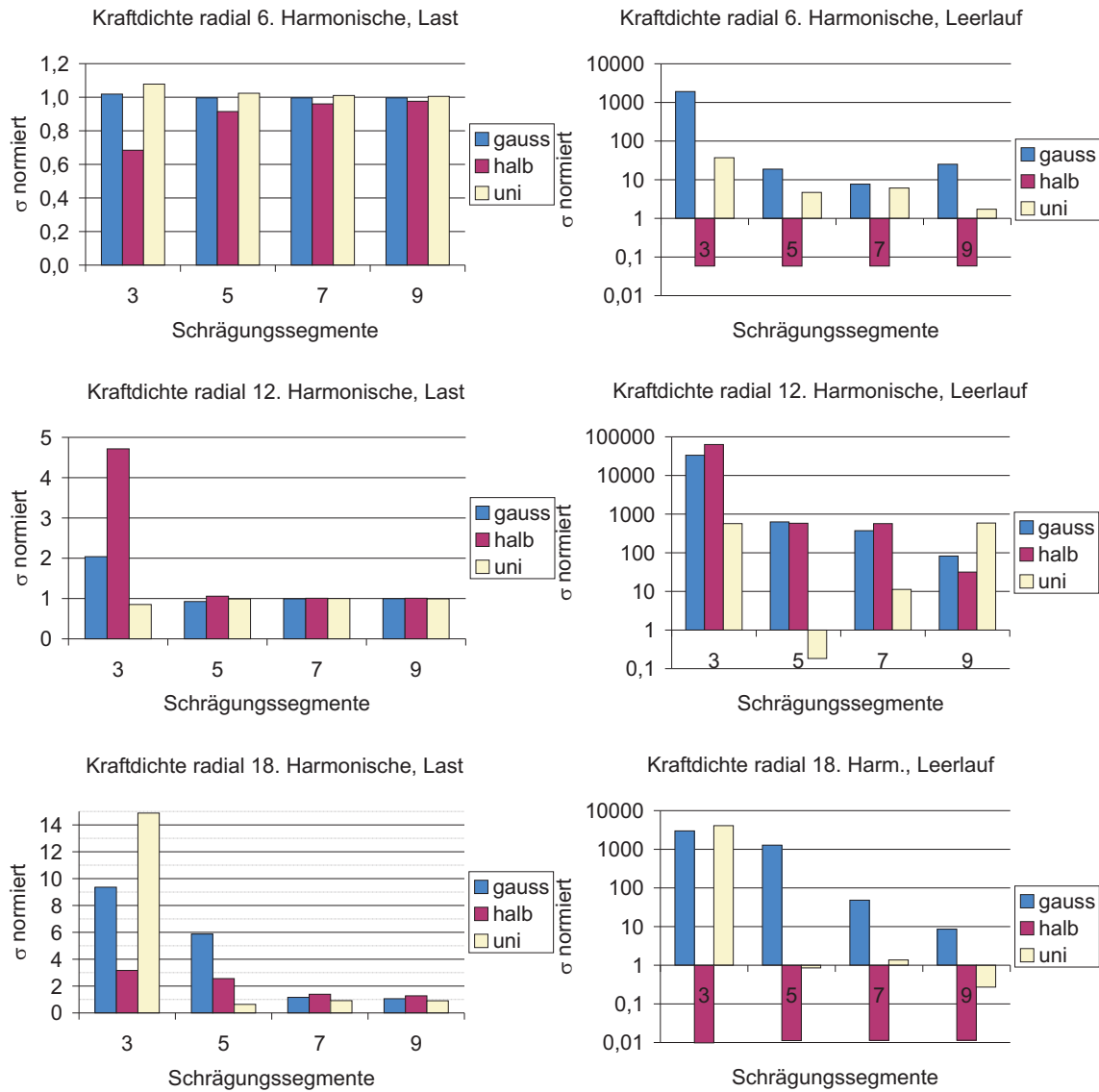


Abbildung 3.17.: Konvergenz der 6. - 18. Harmonischen der radialen Kraftdichte bei Nennlast und Leerlauf

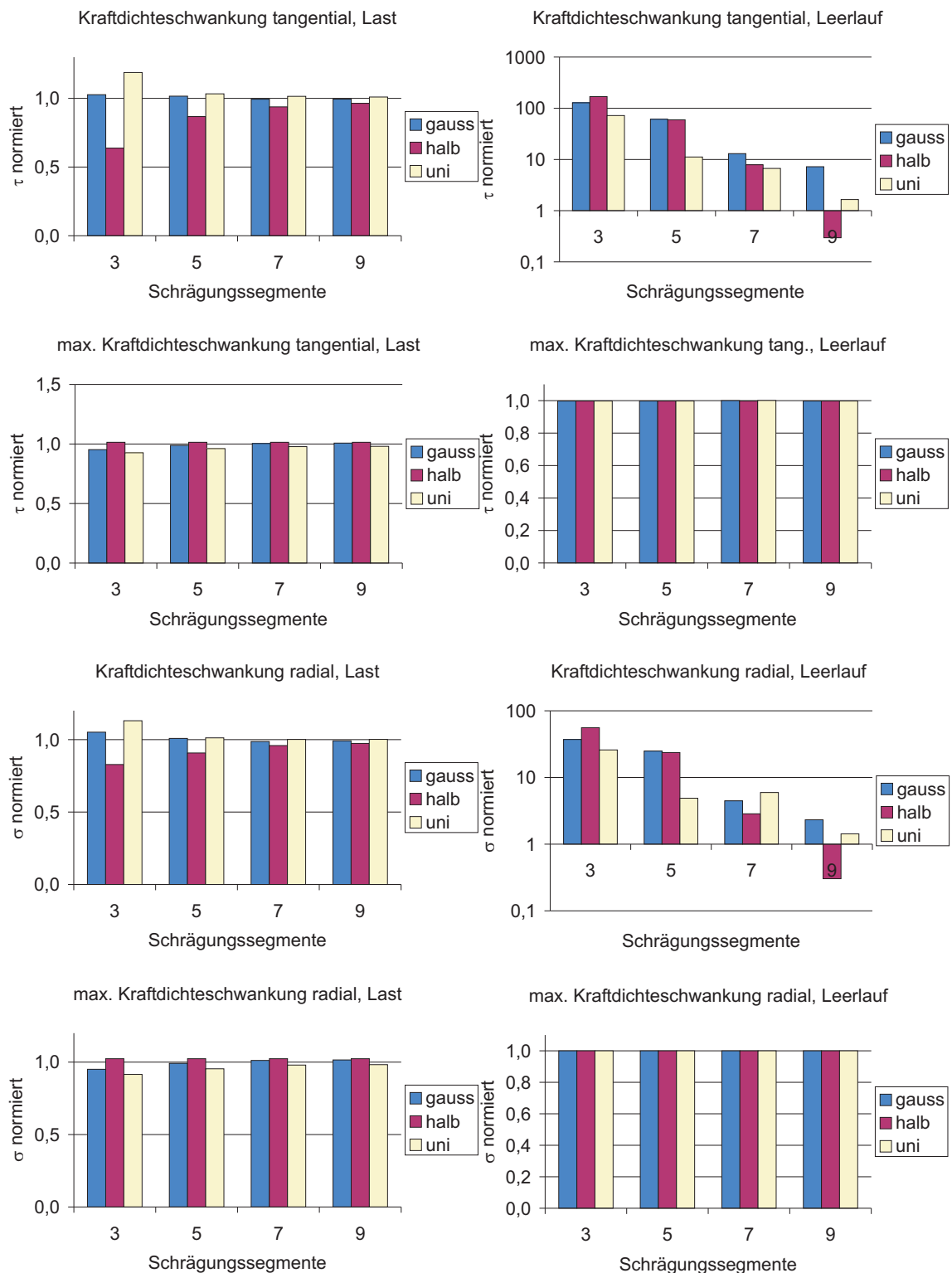


Abbildung 3.18.: Konvergenz der resultierenden und maximalen tangentialen und radialen Kraftdichteschwankung bei Nennlast und Leerlauf

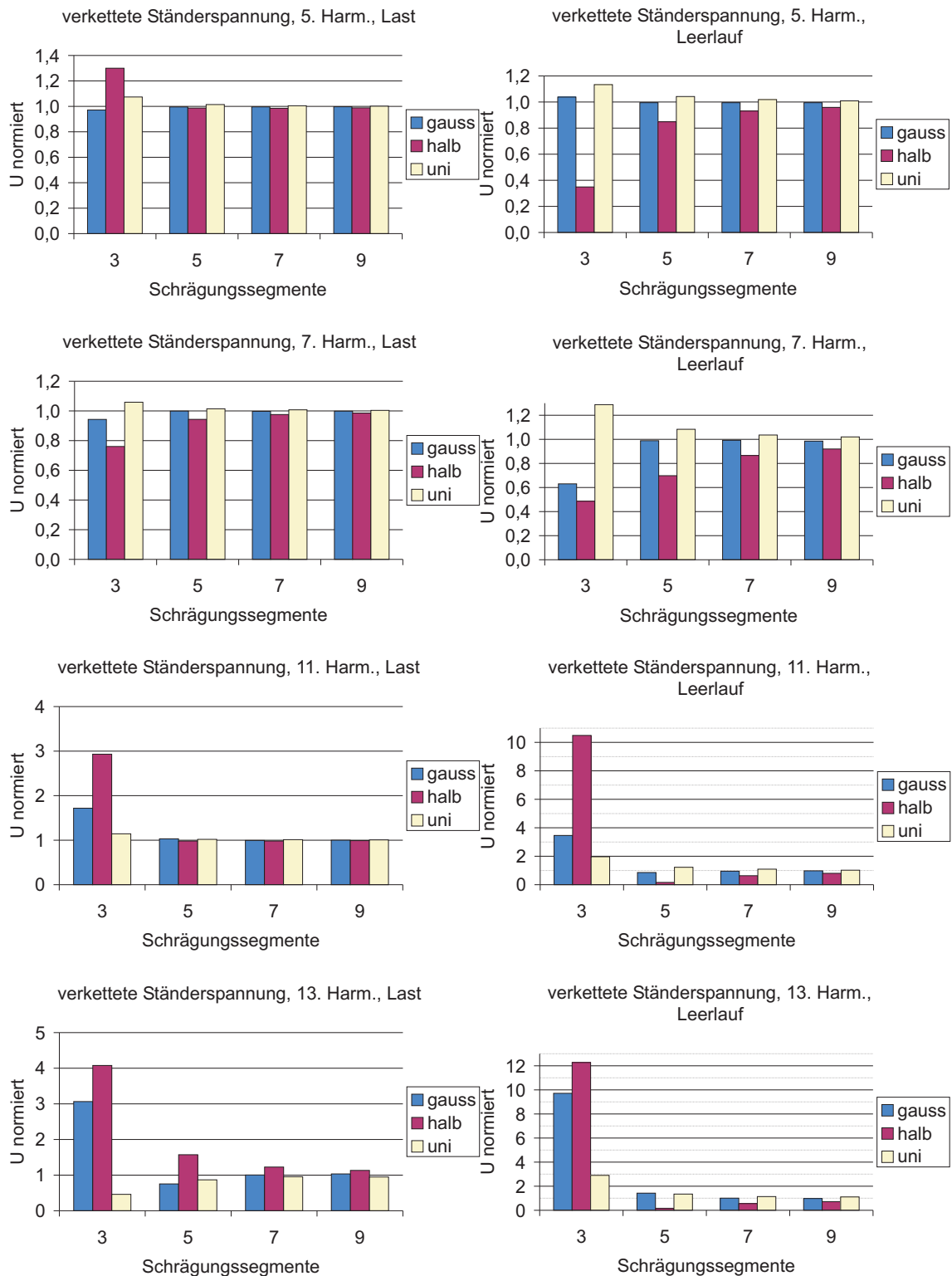


Abbildung 3.19.: Konvergenz der verketteten Ständerspannung (5. - 13. Harmonische) bei Nennlast und Leerlauf

Diese Betrachtungsweise für die Schrägung ist sowohl für statische als auch für transiente Berechnungen möglich. Bei der Auswertung der Ergebnisse werden entweder die Teilergebnisse mit Gewichtung der Schrägungssegmente diskret integriert oder bei Verwendung einer externen Beschaltung (z.B. Diodengleichrichter bei transienter Berechnung) durch Reihenschaltung zusammengefügt (Abbildung 3.8 auf Seite 32).

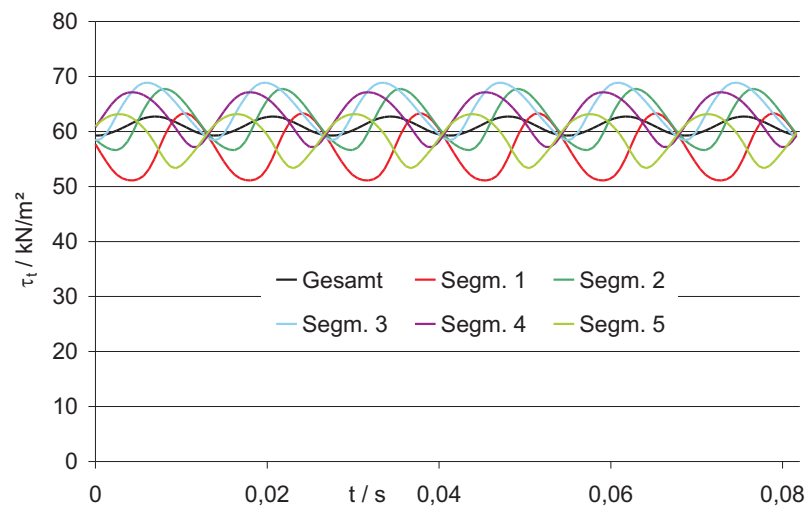


Abbildung 3.20.: Tangentiale Kraftdichte der verschiedenen Schrägungssegmente und Resultierende für Nennbetrieb

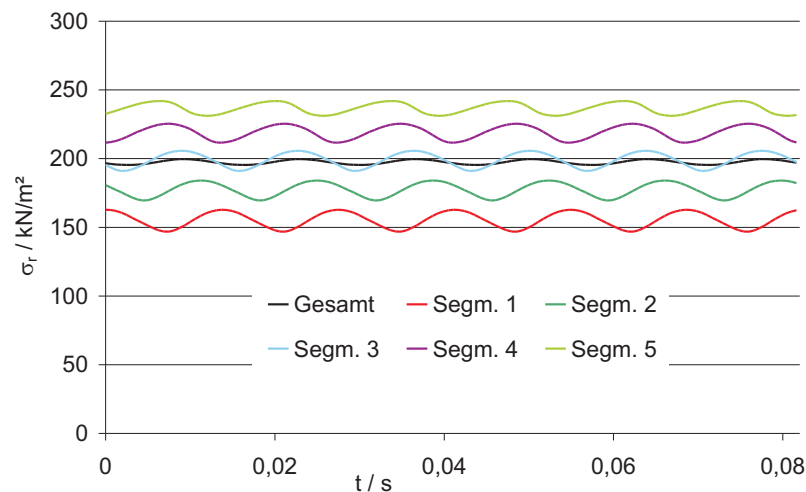


Abbildung 3.21.: Radiale Kraftdichte der verschiedenen Schrägungssegmente und Resultierende für Nennbetrieb

Abschließend werden in Abbildungen 3.20 bis 3.23 die zeitlichen Verläufe der radialen und tangentialen Kraftdichte für Leerlauf und unter Last beispielhaft bei einer uniformen Segmentverteilung mit einer Anzahl von 5 Schrägungssegmenten

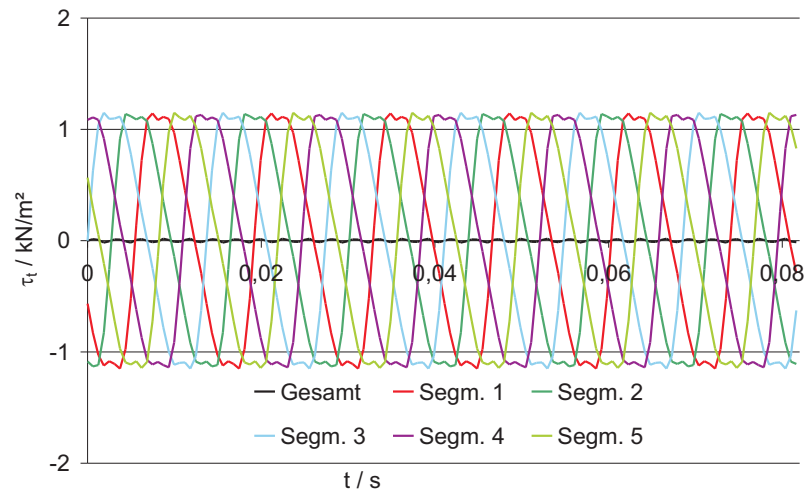


Abbildung 3.22.: Tangentiale Kraftdichte der verschiedenen Schrägungssegmente und Resultierende für Leerlauf

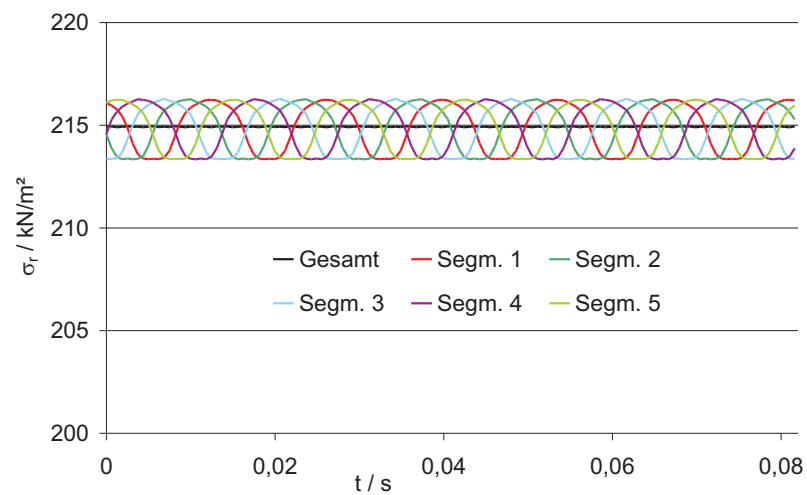


Abbildung 3.23.: Radiale Kraftdichte der verschiedenen Schrägungssegmente und Resultierende für Leerlauf

gezeigt. Der Stromflusswinkel beträgt $\psi = 170^\circ$, bezogen auf die Generatormitte. In Abbildung 3.20 kann man erkennen, wie sich die mittleren Kraftdichten, ausgehend von Schrägungssegment 1, vergrößern und ihr Maximum bei Segment 3 einnehmen, für welches $\psi = 170^\circ$ gilt. Das liegt daran, dass der lokale Stromflusswinkel ψ in diesen Segmenten kleiner als 170° wird. Nach Segment 3 verringert sich die mittlere Kraftdichte wieder, da der lokale Stromflusswinkel größer als 180° wird⁷.

Da unter Strombelastung die Kraftdichteschwankung der Schrägungssegmente, bedingt durch den unterschiedlichen lokalen Stromflusswinkel, unterschiedlich hoch ausfallen, weist trotz Schrägung die resultierende Kraftdichte Oberschwingungen auf. Das heißt, auch bei ideal sinusförmigem Strom und Schrägung um eine Nutteilung ist das Drehmoment und der radiale Zug infolge der diskreten Durchflutungsverteilung nicht ideal glatt. Es fällt auf, dass die lokale Kraftdichteschwankung in den Schrägungssegmenten mit kleiner werdendem lokalen Stromflusswinkel ansteigt. Dieser Effekt wird besonders deutlich in Kapitel 4, in dem die Berechnungsmethoden an einem permanenterregten Synchrongenerator, der mit einem Diodengleichrichter betrieben wird, validiert werden. Naturgemäß hat ein Generator mit einem Diodengleichrichter einen sehr viel kleineren Stromflusswinkel, da er übererregt (kapazitiv) betrieben wird.

Des weiteren ist es möglich, dass der Generator lokal zu Schwingungen angeregt wird, die sich störend auf das Geräuschverhalten auswirken, da trotz Schrägung die lokale Kraftdichteschwankung auf einen Teil der Struktur wirkt. Aus diesem Grund versucht man, die Entstehung der lokalen Kraftdichteschwankung konstruktionsbedingt zu unterdrücken, in dem eine dementsprechende Polbedeckung gewählt wird. Dies soll im folgenden Abschnitt beschrieben werden.

3.2.2. Variation der Polbedeckung

Neben der Schrägung ist die Variation der Polbedeckung eine weitere Möglichkeit, die Schwingungsanregung durch die Schwankung der Kraftdichte $\Delta\tau$ zu minimieren. Dabei kann zum einen die lokal auftretende maximale Kraftdichteschwankung unter Berücksichtigung aller Schrägungssegmente⁸ oder die resultierende Kraftdichteschwankung minimiert werden. Die Berechnungen wurden für verschiedene Annahmen ausgeführt.

Variation der Polbedeckung bei:

- Leerlauf / Nennbetrieb

⁷das theoretische Kraftdichtemaximum

⁸die Schrägung wurde über eine Nutteilung mit 5 Schrägungssegmenten mit dem *Uniform*-Verfahren realisiert

- magnetischem / nichtmagnetischem Nutabschlusskeil
- konstanter Magnethöhe / konstantem Magnetvolumen
- 3-/6-phasiger Maschine (3 bzw. 6 Nuten pro Pol)

Des weiteren ist die Kraftdichteschwankung in Bezug auf die Polbedeckung von der Nutbreite abhängig. Dieser Einfluss wurde hier jedoch nicht weiter untersucht, da die Blechschnitte der berechneten Generatoren vorgegeben waren. Der Einfluss der Anzahl der Nuten pro Pol wird mit dem Vergleich eines 3- bzw. 6-phasigen Generators für jeweils $q = 1$ untersucht. Abbildung 3.24 zeigt den Vergleich der maximalen Kraftdichteschwankung der Schrägungssegmente bei Leerlauf zwischen 3 und 6 Nuten pro Pol mit magnetischem Nutabschlusskeil. Der entscheidendste Unterschied ist, dass es in dem untersuchten Bereich bei der 6-phasigen Maschine ein zweites Minimum gibt. Das erste Minimum ist bei beiden Maschinen ähnlich und unterscheidet sich in erster Linie, da die Blechschnitte ein unterschiedliches Verhältnis von Nutbreite zu Nutteilung besitzen. Dies zeigt, dass nur eine auf die jeweilige Blechschnittgeometrie abgestimmte Optimierung eine genaue Aussage über eine optimale Polbedeckung in Bezug auf die Kraftdichteschwankung treffen kann.

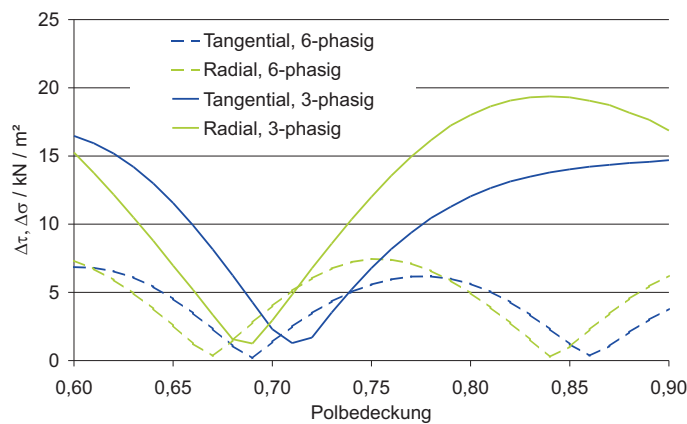


Abbildung 3.24.: Maximale lokale Kraftdichteschwankung im Leerlauf für 3- bzw. 6-phasigen Generator

Abbildung 3.25 zeigt die maximale Kraftdichteschwankung der Schrägungssegmente bei Leerlauf und konstanter Magnethöhe für einen 3-phasigen Generator mit und ohne magnetischem Nutabschlusskeil. Man sieht, dass sowohl für die radiale als auch für die tangentiale Kraftdichteschwankung ein Minimum existiert. Die Verwendung eines magnetischen Nutabschlusskeils beeinflusst zwar die Größe der Kraftdichteschwankung (je weiter weg vom Minimum desto größer), auf die Lage

des Minimums hat es jedoch keinen Einfluss. Abbildung 3.26 zeigt die gleiche Berechnung für einen 6-phasigen Generator, der mit 6 Nuten pro Pol ausgestattet ist.

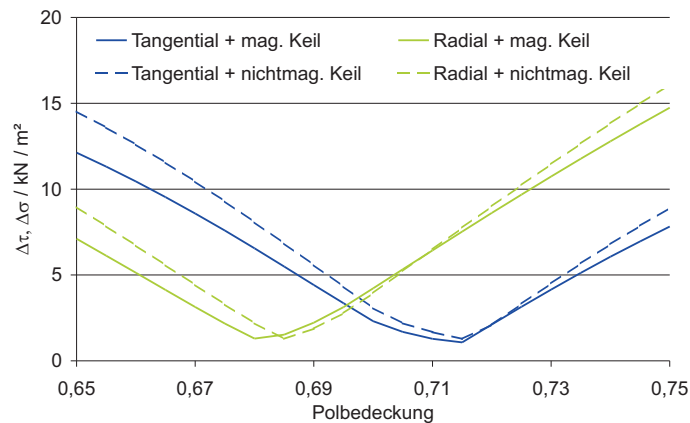


Abbildung 3.25.: Maximale lokale Kraftdichteschwankung im Leerlauf mit/ohne magnetischem Nutabschlusskeil (3-phasiger Generator)

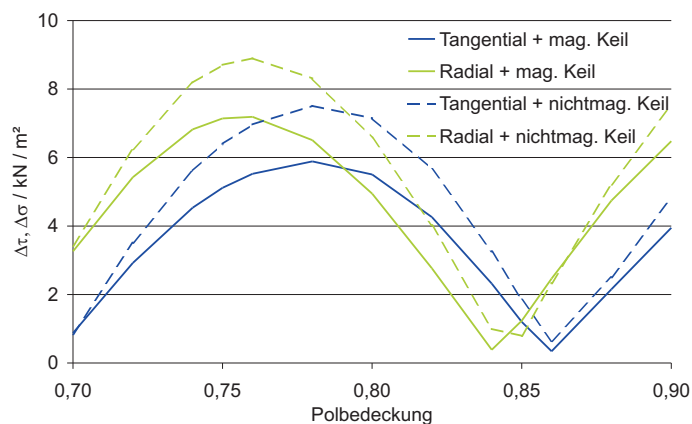


Abbildung 3.26.: Maximale lokale Kraftdichteschwankung im Leerlauf mit/ohne magnetischem Nutabschlusskeil (6-phasiger Generator)

In Abbildung 3.27 und 3.28 ist der Vergleich zwischen Variation der Polbedeckung bei konstanter Magnethöhe und konstantem Magnetvolumen im Leerlauf für den 3- bzw. 6-phasigen Generator zu sehen. Für das konstante Magnetvolumen wurde bei der 3-phasigen Referenzmaschine die Polbedeckung von 0,7 und bei der 6-phasigen Referenzmaschine die Polbedeckung von 0,85 gewählt. Die Lage der Minimums ist bei beiden Variationen gleich.

Anders sieht es aus, wenn man die Kraftdichteschwankung bei Variation der Polbedeckung mit konstantem Magnetvolumen⁹ bei Nennleistung betrachtet (Ab-

⁹der Verlauf der Ergebnisse bei Variation der Polbedeckung mit konstanter Magnethöhe ist identisch

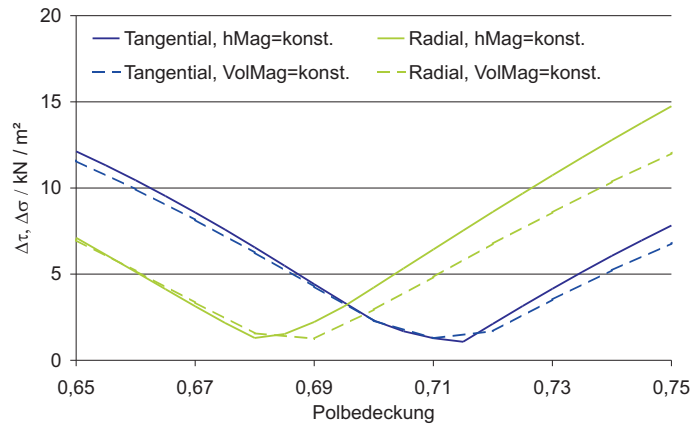


Abbildung 3.27.: Maximale lokale Kraftdichteschwankung im Leerlauf bei konst. Magnetvolumen und konst. Magnethöhe (3-phasiger Generator)

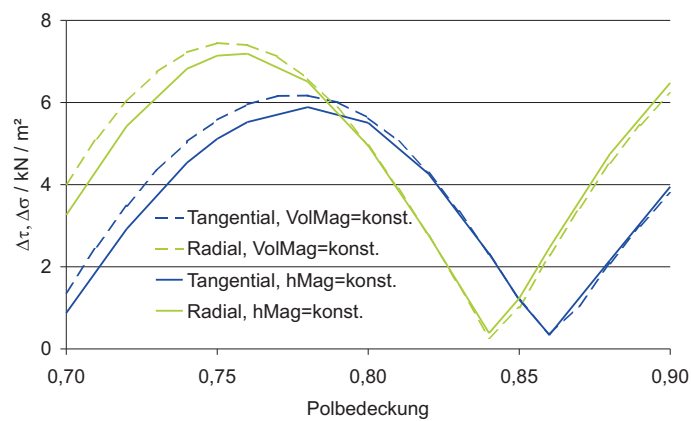


Abbildung 3.28.: Maximale lokale Kraftdichteschwankung im Leerlauf bei konst. Magnetvolumen und konst. Magnethöhe (6-phasiger Generator)

bildung 3.29). Das Minimum der lokalen maximalen Kraftdichteschwankung aller Schrägungssegmente ist sehr flach (gestrichelte Linie) und erstreckt sich über einen sehr weiten Bereich. Interessanterweise nimmt die resultierende Kraftdichteschwankung unter Berücksichtigung der Schrägung mit steigender Polbedeckung zunehmend ab und bildet kein ausgeprägtes Minimum. Somit kann man keine eindeutige Antwort auf die Frage der optimalen Polbedeckung geben. Der Windkraftanlagenhersteller, der den Entwurf und Optimierung des Generators in Auftrag gibt, muss vielmehr entscheiden, ob eine lokale Kraftdichteschwankung oder die resultierende Kraftdichteschwankung unter Berücksichtigung der Schrägung für die Geräuscentwicklung verantwortlich ist. Der Vergleich zwischen Leerlauf und Nennleistung bei Variation der Polbedeckung mit konstantem Magnetvolumen ist in Abbildung 3.30 und 3.31 zu sehen.

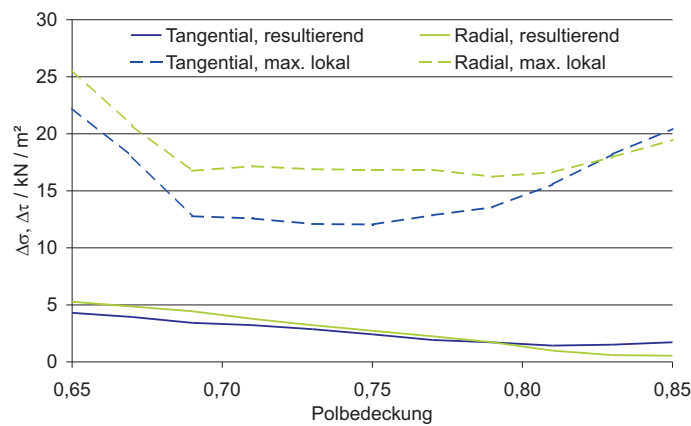


Abbildung 3.29.: Resultierende und maximale lokale Kraftdichteschwankung bei konst. Magnetvolumen bei Nennleistung (3-phasiger Generator)

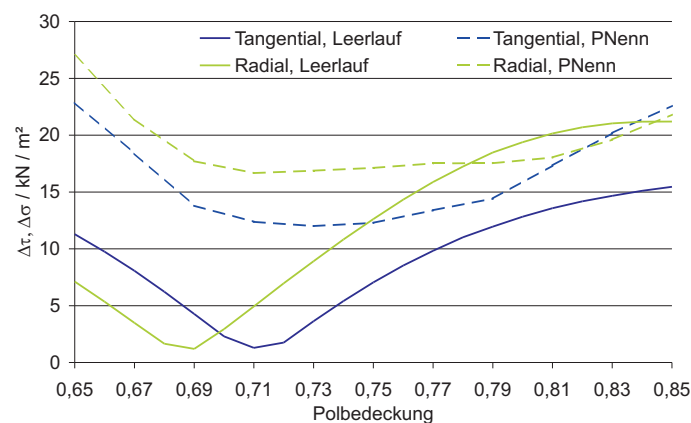


Abbildung 3.30.: Resultierende Kraftdichteschwankung bei konst. Magnetvolumen bei Leerlauf und bei Nennleistung (3-phasiger Generator)

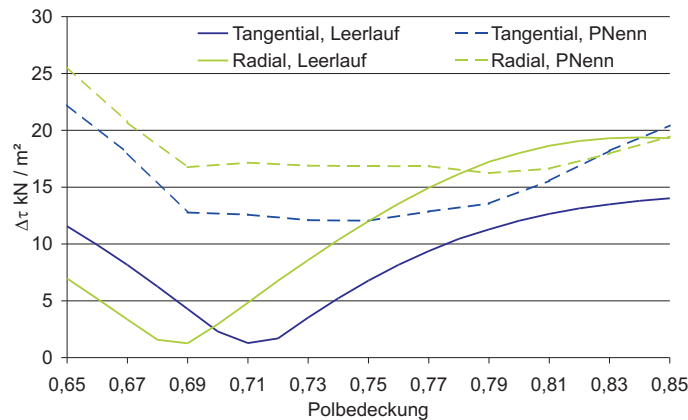


Abbildung 3.31.: Maximale lokale Kraftdichteschwankung bei konst. Magnetvolumen bei Leerlauf und bei Nennleistung (3-phasiger Generator)

3.2.3. Magnetstaffelung

Eine weitere Möglichkeit, die Kraftdichteschwankung zu minimieren, bietet die *Staffelung* der Permanentmagnete. Das bedeutet, dass die Magnete eines Pols um eine halbe Nutteilung aus der d-Achse verschoben wird. Abbildung 3.32 zeigt das dazugehörige FE-Modell und den Flussdichteverlauf im Leerlauf. Für die FE-Modellierung hat dies zur Folge, dass nun anstelle nur eines Poles ein Polpaar simuliert werden muss.

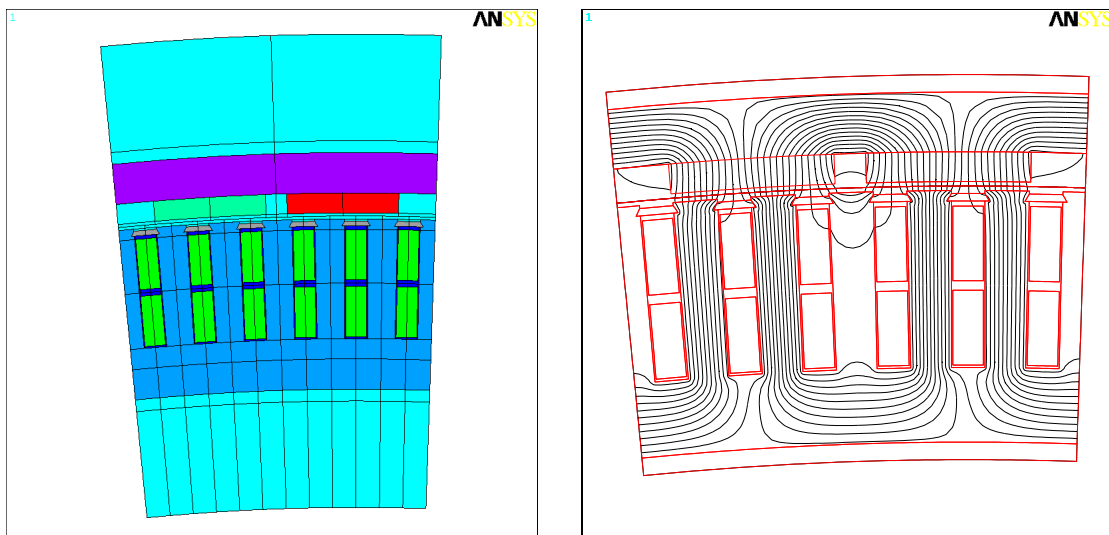


Abbildung 3.32.: Generatormodell mit Magnetstaffelung und Flusslinien bei Leerlauf

Zum Vergleich wurden Generatoren mit Magnetstaffelung (um $\frac{1}{2}\tau_N$), Schrägung (um τ_N) und einer Kombination aus beiden (Magnetstaffelung: $\frac{1}{2}\tau_N$ und Schrägung: $\frac{1}{2}\tau_N$) für eine Polbedeckung von $\alpha = 0,7$ bei Leerlauf und Nennleistung berech-

net. Abbildung 3.33 und 3.34 zeigen die Ergebnisse dieser Berechnungen. Man kann erkennen, dass die lokale maximale Kraftdichteschwankung durch die Magnetstaffelung sowohl für Leerlauf als auch für Nennlast erheblich reduziert werden kann. Eine Kombination aus beiden Maßnahmen wirkt sich bei Nennlast auf die maximale lokale Kraftdichteschwankung sogar nachteilig aus. Für die resultierende Kraftdichteschwankung kann damit jedoch eine weitere Minimierung erreicht werden. Allgemein kann gesagt werden, dass eine Schrägung sich am wirkungsvollsten auf die Minimierung der resultierenden Kraftdichteschwankung auswirkt. Zum Vergleich sind zusätzlich Ergebnisse eines Generators mit Schrägung und einer alternativen Polbedeckung von $\alpha = 0,8$ aufgeführt.

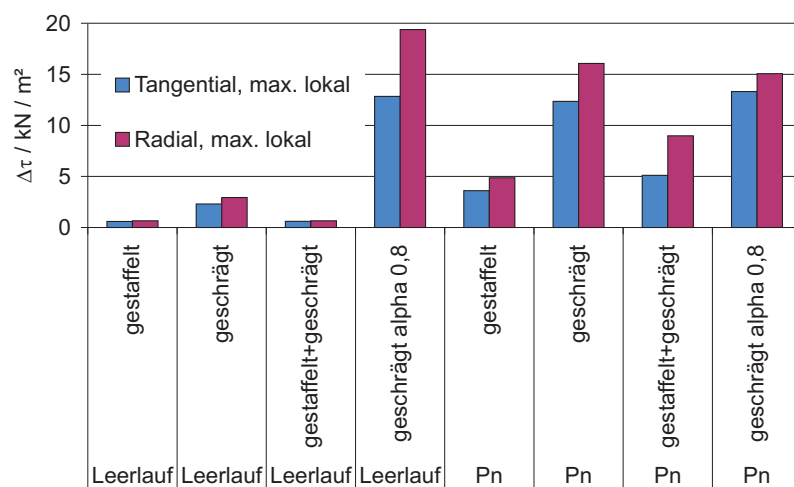


Abbildung 3.33.: Maximale lokale Kraftdichteschwankung bei Staffelung, Schrägung und Kombination

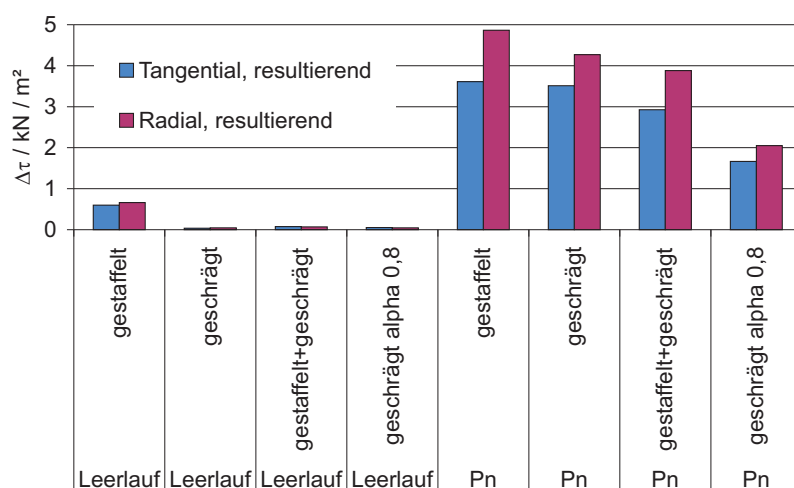


Abbildung 3.34.: Resultierende Kraftdichteschwankung bei Staffelung, Schrägung und Kombination

4. Validierung des Berechnungsprogramms

Für die Validierung des Berechnungsprogramms standen Messdaten eines direktangetriebenen permanenterregten Synchrongenerators von einer Windkraftanlage mit einer Leistung von 1,2 MW zur Verfügung. Der Generator ist als Außenläufer mit Oberflächenmagneten realisiert und entspricht somit dem in dieser Arbeit untersuchten Generatortyp. Die exakten geometrischen Größen dieses Generators dürfen aus vertraulichen Gründen nicht weitergegeben werden. Es wurden Validierungsrechnungen mit der FE-Methode durchgeführt, die in gutem Einklang mit den Messergebnissen stehen. Die Ergebnisse der Berechnungen werden zusammen mit den Messergebnissen in den folgenden Abschnitten wiedergegeben.

Der Generator besitzt zwei um 30 elektrische Grad versetzte Drehstromwicklungen, die einen getrennten nicht geerdeten Sternpunkt besitzen. Die Phasen sind über einen Diodengleichrichter, Glättungskondensatoren und einen anschließenden Hochsetzsteller an einen Zwischenspannungskreis angeschlossen. Der Generator besitzt zudem parallelgeschaltete Kompensationskondensatoren. Abbildung 4.1 zeigt das Blockschaltbild des untersuchten Systems.

Messergebnisse liegen für Leerlaufbetrieb (hier genannt *Vali_Leerlauf*), sowie Betrieb unter Last, sowohl mit als auch ohne Kompensationskondensatoren (*Vali_ohne_Komp* und *Vali_mit_Komp*) vor. Die Leerlaufmessung erfolgte ohne Kompensationskondensatoren. Abschnitt 4.1 vergleicht die Leerlaufspannung aus der statischen FE-Magnetkreisberechnung und Abschnitt 4.2 vergleicht Spannungen, Ströme und Moment der transienten FE-Magnetkreisberechnung mit den Messergebnissen.

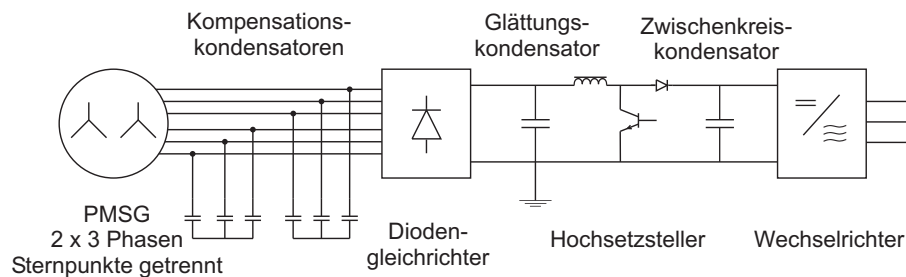


Abbildung 4.1.: Blockschaltbild des untersuchten Systems

4.1. Statische Berechnung Generatorleerlauf

Für den Vergleich zwischen den Mess- und Berechnungsergebnissen muss man berücksichtigen, dass viele beeinflussende Faktoren nicht genau bestimmbar sind. Dazu zählen die Remanenz der Magnete, die mit einem typischen Wert von $B_{r,typ.} = 1,26 \text{ T}$ angegeben werden. Der garantierte Wert liegt bei $B_r = 1,22 \text{ T}$. Da ein Pol aus mehreren nebeneinander verklebten Magneten besteht, wird die Remanenz des Gesamtmagneten durch die unvermeidbaren Magnetlücken geringer ausfallen. Außerdem muss die bei der Messung vorherrschende Magnettemperatur berücksichtigt werden, was in dem hier vorliegenden Fall jedoch verhältnismässig leicht zu realisieren ist, da der Generator bei der Messung Umgebungstemperatur aufwies. Die Magnettemperatur betrug 15°C . Weitere Unsicherheiten liegen in der Magnetisierungskennlinie des Magnetbleches, sowie in der realen Luftspaltweite. Somit ist natürlicherweise eine Abweichung der Ergebnisse zu erwarten. Für die FE-Berechnung wurde die garantierte Remanenz des Magnetmaterials für den modellierten Gesamtmagneten eingesetzt.

Es lagen Messergebnisse aus zwei unterschiedlichen Messungen vor. In Messung 1 wurde die verkettete Leerlaufspannung gemessen, hier liegen keine Angaben zur Magnettemperatur vor. Die Messung wurde bei $n = 2 \text{ min}^{-1}$ durchgeführt. In Messung 2 wurde die Leerlaufspannung Leiter-Sternpunkt gemessen, die Magnettemperatur betrug 15°C und die Messung wurde bei $n = 1 \text{ min}^{-1}$ durchgeführt. Beide Messungen stehen im guten Einklang in Bezug auf die Amplitude der Grundwelle. Die Ergebnisse der Messung wurde auf die Nenndrehzahl von $n = 20,5 \text{ min}^{-1}$ hochgerechnet. Die Schrägung des Generators um eine Nutteilung wurde mit dem in Abschnitt 3.2.1 vorgestellten Verfahren mit der Methode *Uniform* in 5 Schrägungssegmenten realisiert.

Abbildung 4.2 zeigt den zeitlichen Verlauf der verketteten Leerlaufspannung für Messung 1 und FE-Berechnung. Tabelle 4.1 führt Effektivwert und Fourierkoeffizienten auf. Aus Messung 2 sind nur Effektivwert und Fourierkoeffizienten für die Leerlaufspannung Leiter-Sternpunkt bekannt. Diese Werte sind mit den berechneten Werten in Tabelle 4.2 aufgeführt.

Es konnte eine gute Übereinstimmung der berechneten Ergebnisse mit den Messwerten festgestellt werden. Die höheren Abweichungen bei größeren Harmonischen können unter anderem mit der Diskretisierung der Schrägung begründet werden.

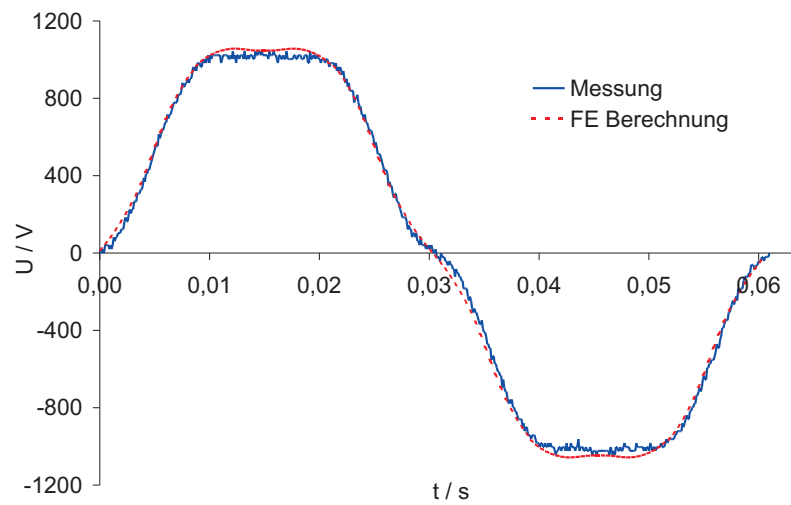


Abbildung 4.2.: *Vali_Leerlauf*: Vergleich der verketteten Leerlaufspannung, Messung und statischer FE-Berechnung

| | Messung 1 | FE-Berechnung | Abweichung |
|------------------|-----------|---------------|------------|
| U_{eff} | 774,6 V | 790,1 V | +2,0% |
| \hat{u}_1 | 1090,6 V | 1114,5 V | +2,2% |
| \hat{u}_3 | 5,6 V | 0 V | — |
| \hat{u}_5 | 93,6 V | 79,1 V | −15,5% |
| \hat{u}_7 | 29,3 V | 14,4 V | −50,8% |
| \hat{u}_{11} | 6,0 V | 5,2 V | −13,3% |
| \hat{u}_{13} | 1,1 V | 1,2 V | +9,1% |

Tabelle 4.1.: Effektivwert und Fourierkoeffizienten für die verkettete Leerlaufspannung

| | Messung 2 | FE-Berechnung | Abweichung |
|------------------|-----------|---------------|------------|
| U_{eff} | 466,7 V | 468,1 V | +0,3% |
| \hat{u}_1 | 634,5 V | 643,4 V | +1,4% |
| \hat{u}_3 | 150,8 V | 148,4 V | −1,6% |
| \hat{u}_5 | 50,2 V | 45,7 V | −8,9% |
| \hat{u}_7 | 12,6 V | 8,3 V | −34,1% |

Tabelle 4.2.: Effektivwert und Fourierkoeffizienten für die Leerlaufspannung Leiter-Sternpunkt

4.2. Transiente Berechnung des Betriebs am Diodengleichrichter

Für den Vergleich der Messergebnisse bei Last wurde ein FE-Modell für eine transiente Berechnung aufgestellt. Das Generatormodell ist in Bezug auf Geometrie und Materialkennwerten identisch mit dem Modell, welches für die statische FE-Berechnung verwendet wurde. Die Betriebstemperatur des Magneten beträgt 60°C. Der Generator ist an einen Diodengleichrichter angeschlossen, welcher über Glättungskondensatoren und einen Hochsetzsteller auf einen Zwischenkreiskondensator einspeist. Die Messungen des Generators fanden im eingebauten Zustand in der Windkraftanlage während des Betriebs für den Betrieb ohne und mit Kompensationskondensatoren (*Vali_ohne_Komp* und *Vali_mit_Komp*) statt. Als Last wurde eine Stromquelle modelliert, welche einen konstanten vorgegebenen Strom (I_{Last}) führt. Für die FE-Berechnung wurde eine mittlere Frequenz und ein konstanter Laststrom aus dem zeitlichen Verlauf über eine elektrische Periode aus einer ausgewählten Stelle des Messprotokolls gemittelt. Die nachfolgenden Abbildungen zeigen jeweils den Ausschnitt dieser Periode.

Die Messwerte beinhalten neben der Statorfrequenz die sechs Phasenspannungen in Bezug auf das untere Potential des Zwischenkreiskondensators und die sechs Ströme, die in den Diodengleichrichter fließen. In diesen Strömen fließt ein Nullstrom, der durch Erdkapazitäten, unter anderem durch die langen Kabelzuleitungen vom Generator in der Nazelle zum Gleichrichter auf dem Boden, verursacht wird. Dieser Nullstrom ist nicht in der transienten FE-Berechnung vorhanden und wird deshalb zum Vergleich aus den Strömen herausgerechnet.

Für die Messung *Vali_mit_Komp* beinhalten die gemessenen Ströme die Ströme aus den Kompensationskondensatoren. Der eigentliche Generatorstrom ist nicht bekannt. Wie sich diese Stromkomponenten zusammensetzen verdeutlicht das Ergebnis aus der FE-Berechnung, welches in Abbildung 4.10 zu sehen ist. Der Generatorstrom ist mit I_s und der Kompensationsstrom mit I_{c_komp} bezeichnet.

Der Vergleich zwischen Messung und FE-Berechnung des zeitlichen Verlaufs der verketteten Generatorspannung und des Stroms, der in den Diodengleichrichter fließt, ist in Abbildung 4.3 für den Betrieb ohne Kompensationskondensatoren und in Abbildung 4.7 für den Betrieb mit Kompensationskondensatoren dargestellt. Der gemessene Strom ohne Nullstrom ist mit $I-I_0$ und der Strom aus der FE-Berechnung inklusive Kompensationsstrom mit I_{mK} bezeichnet. Abbildung 4.4 und 4.5 vergleicht die Fourieramplituden von Strom und Spannung für den Betrieb ohne Kompensationskondensatoren und Abbildung 4.8 und 4.9 für den Betrieb mit Kompensati-

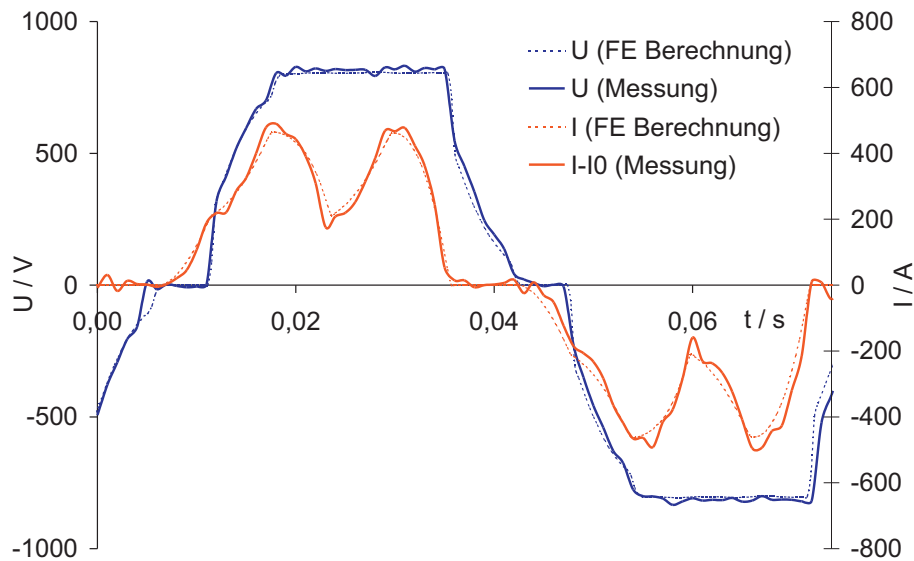


Abbildung 4.3.: *Vali_ohne_Komp*: Vergleich Messung – FE-Berechnung von verketteter Generatorspannung und Strom einer Phase bei Betrieb ohne Kompensationskondensatoren

onskondensatoren. Auch hier kann, wie bei der statischen Leerlaufberechnung, eine gute Übereinstimmung festgestellt werden.

Abbildung 4.6 bzw. 4.11 vergleicht die elektrische Leistung, welche aus den Strömen und Spannungen berechnet wurde, für den Betrieb ohne bzw. mit Kompensationskondensatoren. Dies ist nicht die Generatorleistung, sondern die Leistung, die durch den Diodengleichrichter fließt. Für die Messung *Vali_mit_Komp* beinhaltet dies die Blindleistung für die Kompensationskondensatoren.

4.3. Erkenntnisse aus FE-Berechnung für validiertes System

Der untersuchte Generator weist einen hohen Geräuschpegel auf. Geräuschmessungen haben ergeben, dass zwischen Betrieb mit und ohne Kompensationskondensatoren kaum Unterschied besteht, obwohl die Stromform sich stark voneinander unterscheidet. Die erzielten FE-Ergebnisse wurden zur Ursachenfindung herangezogen. Die berechnete mechanische Leistung bei Betrieb ohne und mit Kompensationskondensatoren zeigen Abbildungen 4.12 und 4.13. In *Vali_ohne_Komp* ist die Achsenskalierung wie in *Vali_mit_Komp* gewählt. Man sieht, dass relativ zum Mittelwert der mechanischen Leistung die Leistungsschwankung in beiden Fällen gleich groß ist. Die starke Oszillation der Gleichrichterleistung für den Betrieb mit Kompensationskondensatoren (rote und blaue Kurve in Abbildung 4.13) ist in der mechanischen Leistung (grün) weitgehend verschwunden. Sie wurde durch die Blindleistung der

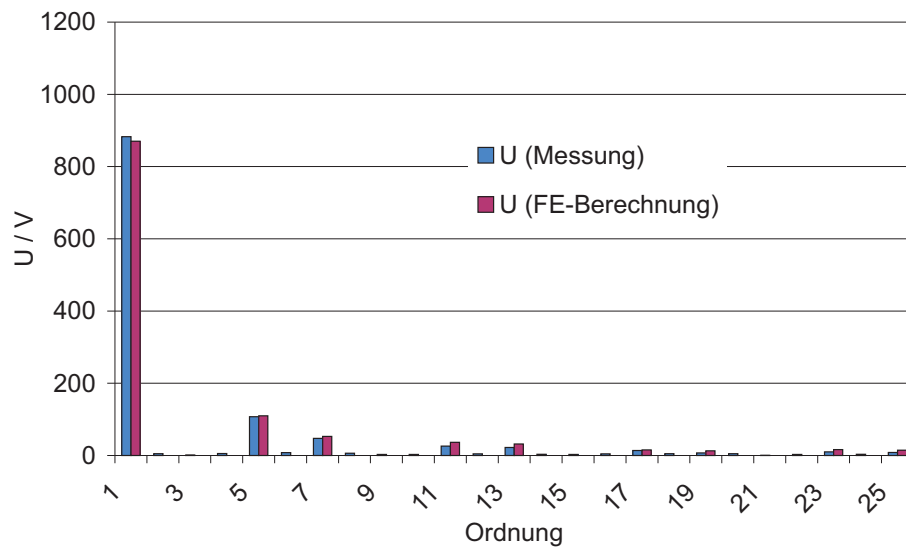


Abbildung 4.4.: *Vali_ohne_Komp*: Vergleich Messung – FE-Berechnung von Fourierkoeffizienten der verketteten Generatorspannung bei Betrieb ohne Kompensationskondensatoren

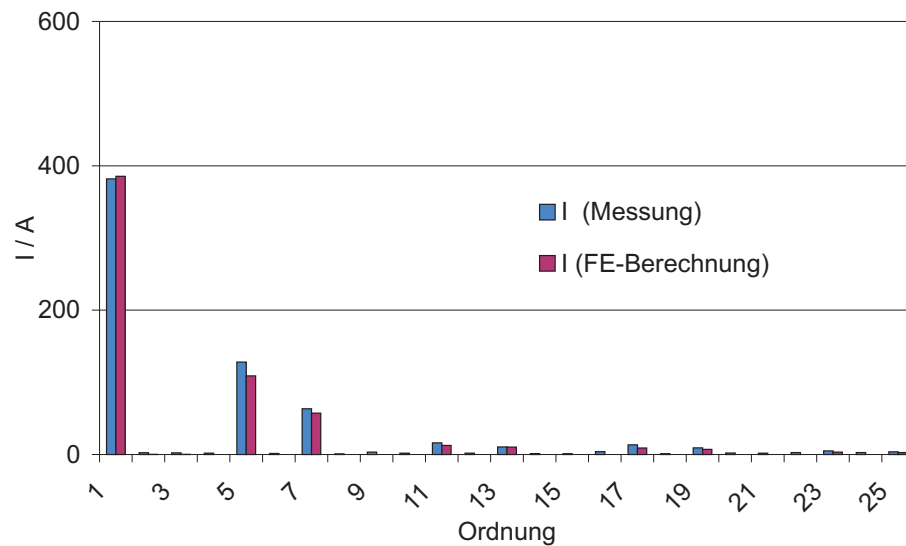


Abbildung 4.5.: *Vali_ohne_Komp*: Vergleich Messung – FE-Berechnung von Fourierkoeffizienten des Generatorstroms bei Betrieb ohne Kompensationskondensatoren

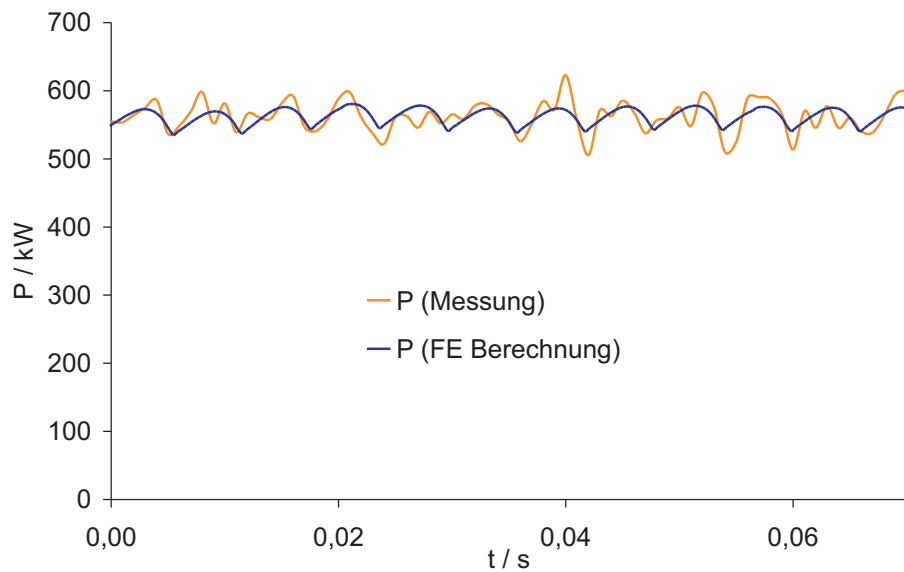


Abbildung 4.6.: *Vali_ohne_Komp*: Vergleich Messung – FE-Berechnung der Gleichrichtleistung bei Betrieb ohne Kompensationskondensatoren

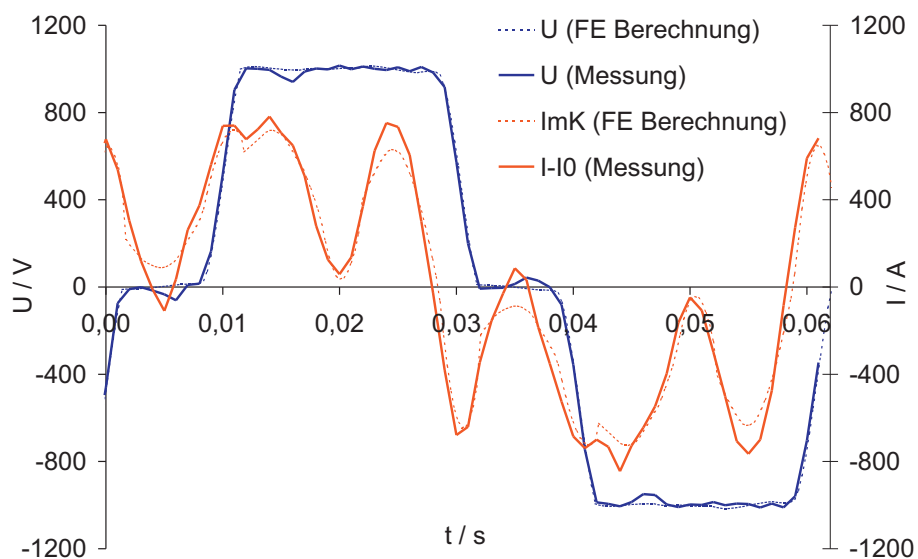


Abbildung 4.7.: *Vali_mit_Komp*: Vergleich Messung – FE-Berechnung von verketteter Generatorspannung und Strom einer Phase (inkl. Kompensationsstrom) bei Betrieb mit Kompensationskondensatoren

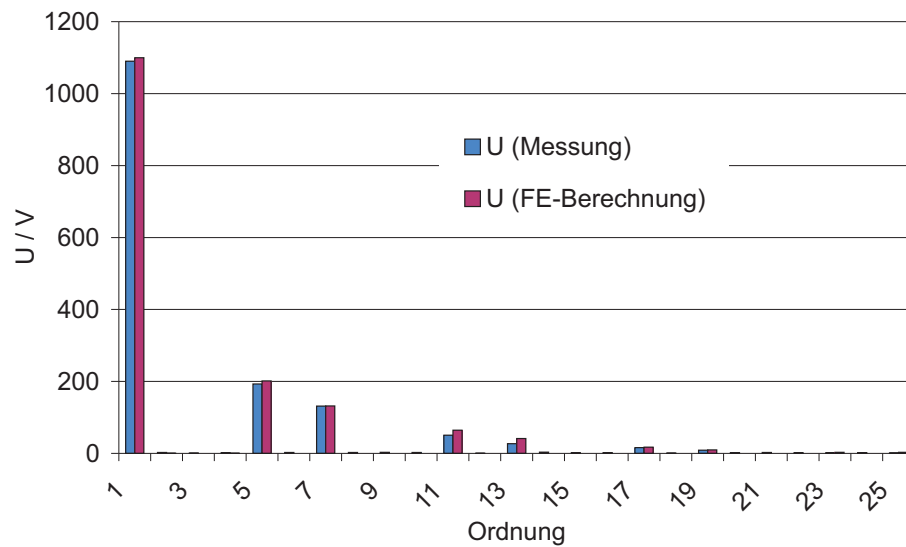


Abbildung 4.8.: *Vali_mit_Komp*: Vergleich Messung – FE-Berechnung von Fourierkoeffizienten der verketteten Generatorspannung bei Betrieb mit Kompensationskondensatoren

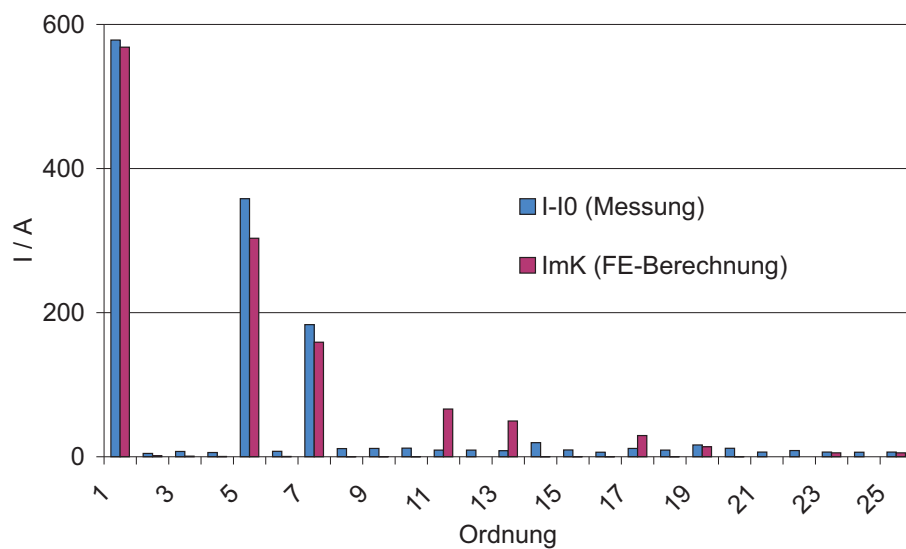


Abbildung 4.9.: *Vali_mit_Komp*: Vergleich Messung – FE-Berechnung von Fourierkoeffizienten des Stroms einer Phase (inkl. Kompensationsstrom) bei Betrieb mit Kompensationskondensatoren

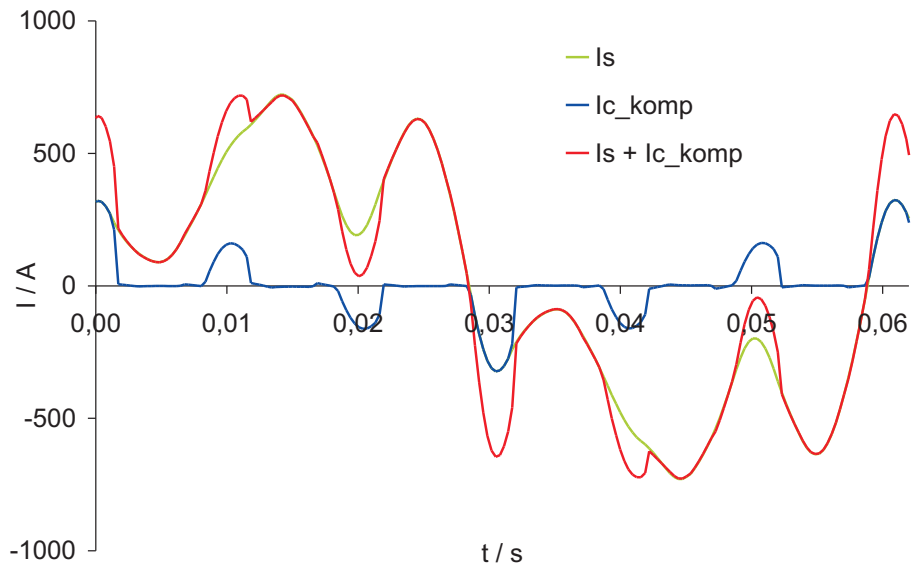


Abbildung 4.10.: *Vali_mit_Komp*: FE-Berechnung von Generatorstrom, Kompensationsstrom und Summe beider Ströme einer Phase bei Betrieb mit Kompensationskondensatoren

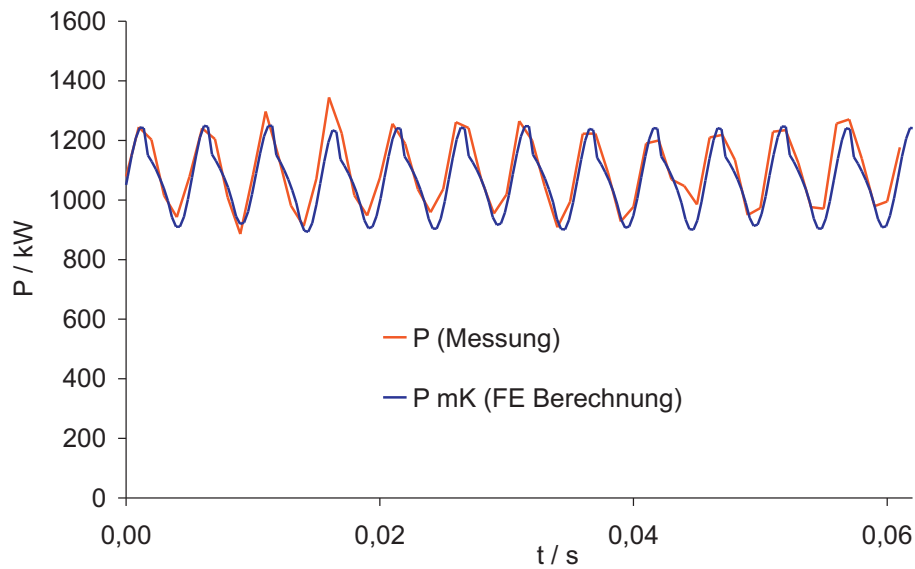


Abbildung 4.11.: *Vali_mit_Komp*: Vergleich Messung – FE-Berechnung der Gleichrichtleistung bei Betrieb mit Kompensationskondensatoren

Kompensationskondensatoren verursacht.

Beim Vergleich der radialen und tangentialen Kraftdichteschwankung (Tabelle 4.3) erkennt man, dass auch hier die Werte im Vergleich *Vali_ohne_Komp* und *Vali_mit_Komp* annähernd gleich groß sind. Die radiale Kraftdichteschwankung (resultierend und maximal lokal auftretend) macht dabei den größten Anteil aus. Abbildungen 4.14 und 4.15 bzw. 4.16 und 4.17 zeigen den zeitlichen Verlauf der tangentialen und radialen Kraftdichte für *Vali_ohne_Komp* bzw. *Vali_mit_Komp*. Es fällt auf, dass die lokale tangentiale Anregung in den einzelnen Schrägungssegmenten sehr unterschiedlich ausfällt. Die Ursache dafür liegt im lokal unterschiedlich großen Stromflusswinkel.

Um das Geräuschverhalten bei nachfolgenden Generatoren zu verbessern, werden für deren Entwurf die in Abschnitt 3.2 erzielten Ergebnisse mitberücksichtigt.

| $\Delta\tau / \text{kN/m}^2$ | <i>Vali_ohne_Komp</i> | <i>Vali_mit_Komp</i> |
|---|-----------------------|----------------------|
| tangential,max lokal | 2,0 | 2,6 |
| tangential,resultierend | 0,4 | 0,9 |
| $\Delta\sigma / \text{kN/m}^2$ radial,max lokal | | |
| radial,resultierend | 2,4 | 2,6 |

Tabelle 4.3.: Vergleich der Kraftdichteschwankung

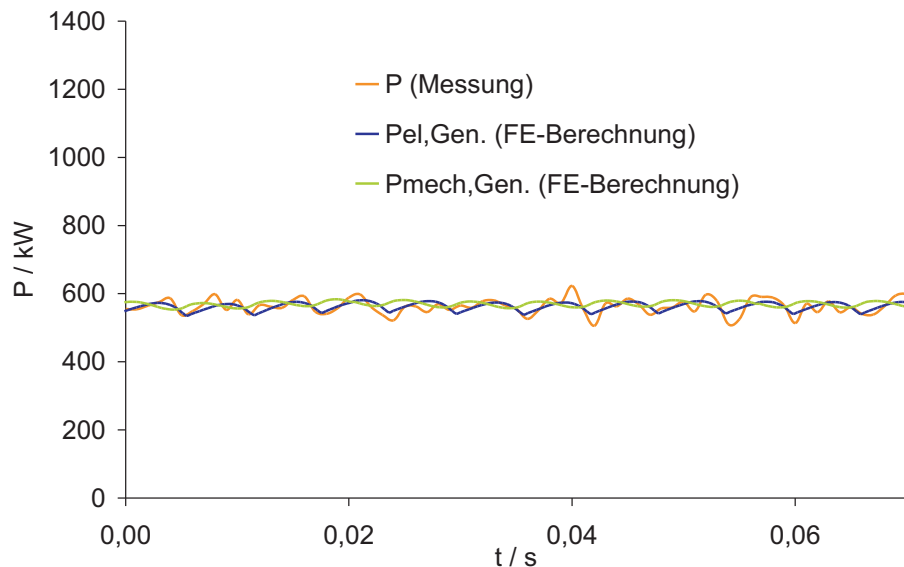


Abbildung 4.12.: *Vali_ohne_Komp*: Gleichrichterleistung (= elektrische Generatorleistung) und mechanische Generatorleistung aus FE-Berechnung bei Betrieb ohne Kompensationskondensatoren

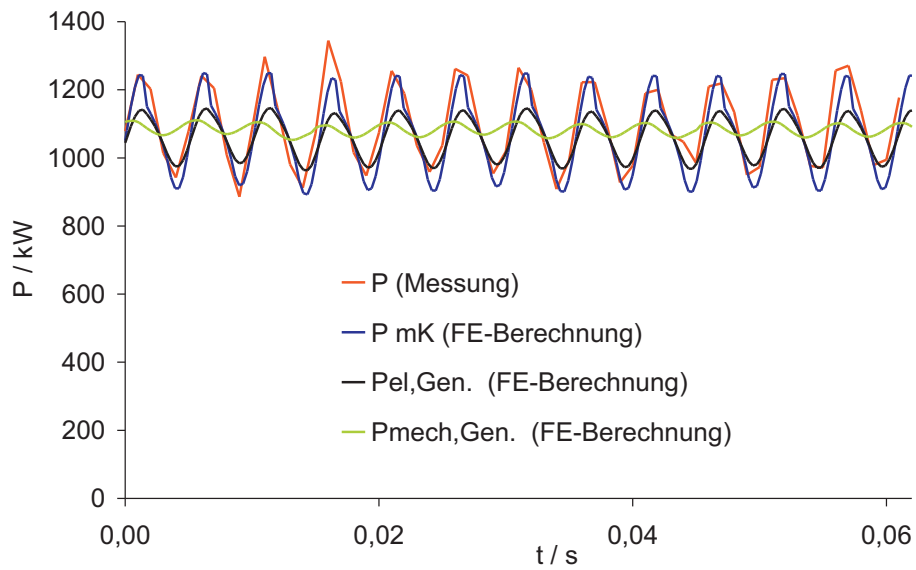


Abbildung 4.13.: *Vali_mit_Komp*: Gleichrichterleistung und mechanische und elektrische Generatorleistung aus FE-Berechnung bei Betrieb mit Kompensationskondensatoren

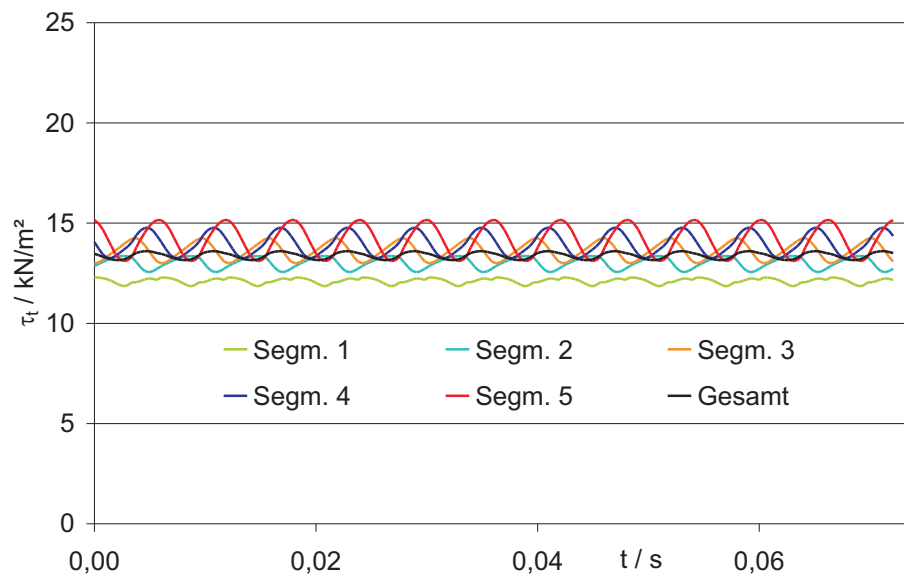


Abbildung 4.14.: *Vali_ohne_Komp*: Tangentiale Kraftdichte (resultierend und je Schrägungssegment) aus FE-Berechnung bei Betrieb ohne Kompensationskondensatoren

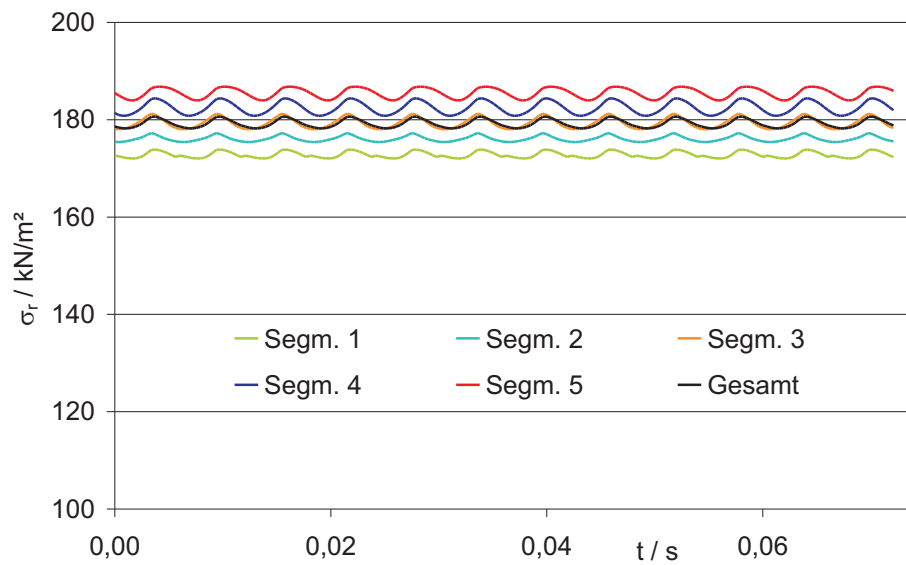


Abbildung 4.15.: *Vali_ohne_Komp*: Radiale Kraftdichte (resultierend und je Schrägungssegment) aus FE-Berechnung bei Betrieb ohne Kompensationskondensatoren

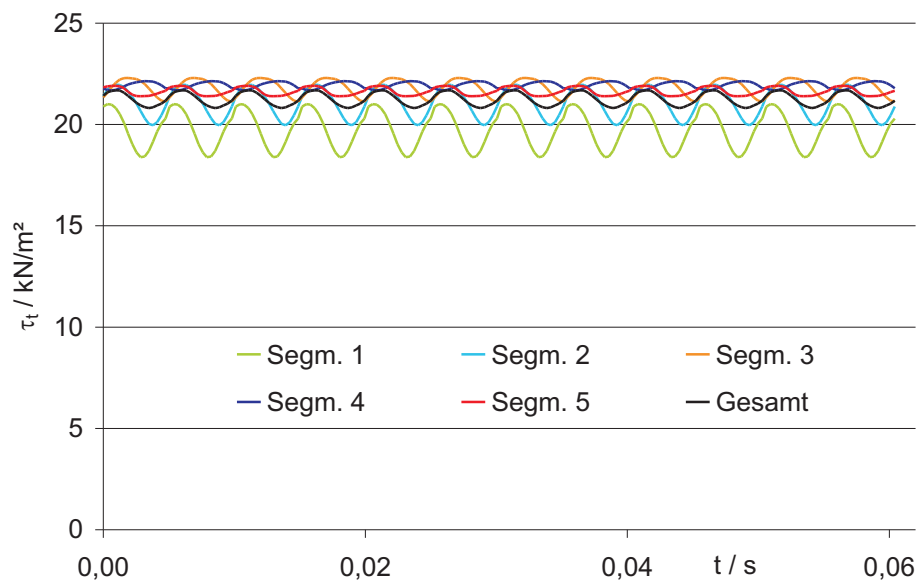


Abbildung 4.16.: *Vali_mit_Komp*: Tangentiale Kraftdichte (resultierend und je Schrägungssegment) aus FE-Berechnung bei Betrieb mit Kompensationskondensatoren

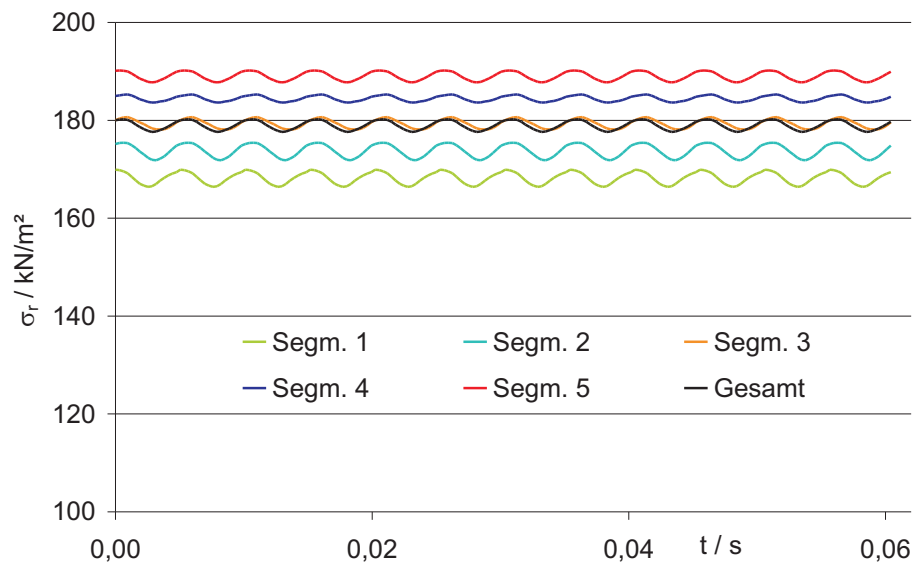


Abbildung 4.17.: *Vali_mit_Komp*: Radiale Kraftdichte (resultierend und je Schrägungssegment) aus FE-Berechnung bei Betrieb mit Kompensationskondensatoren

5. Optimierung — Methode

Wie bereits angemerkt, geht die in dieser Arbeit beschriebene Optimierung von einem verbindlichen Grundkonzept von Magnetkreis und Maschinenkonstruktion aus. Die Optimierung erfolgt in diesem Fall innerhalb eines gegebenen Parameterraumes, man spricht dann auch von einer Parameter-Optimierung.

Die Aufgabe „Entwurf einer *Maschine* für eine bestimmte Anwendung“ stellt den Ingenieur und den Auftraggeber immer wieder vor das gleiche Problem. Die *Maschine* muss eine vorgegebene Spezifikation erfüllen und soll *optimal* sein. Das erste Kriterium kann man auch Randbedingung des Maschinenentwurfs nennen. Ist es physikalisch möglich, eine Maschine zu entwerfen, die diese Randbedingungen erfüllt, so bedeutet dies meist, dass eine Vielzahl von Lösungen zum Ziel führen können. Damit gelangt man zum zweiten Kriterium, welches für die Auswahl der einen *optimalen* Lösung aus den möglichen Lösungen zuständig ist. Aber damit fängt das Problem eigentlich erst an. Die *Maschine* ist normalerweise nur eine Komponente einer viel größeren und komplexeren Aufgabenstellung und in der Regel existieren Rückkopplungen zwischen den einzelnen Komponenten. Wird an einer Komponente eine bestimmte Größe (z.B. Gewicht, Generator) verkleinert, so kann dies bedeuten, dass eine Größe einer anderen Komponente (z.B. Strom, Umrichter) sich vergrößert. Unter der Voraussetzung, dass die vorgegebene Spezifikation eingehalten wird, ist das entscheidende Kriterium gewöhnlich die Wirtschaftlichkeit des Gesamtprojekts. Die Minimierung dieser Größe als Optimierungsziel für den Entwurf der *Maschine* zu wählen ist in der Realität jedoch schwer möglich. Mögliche Optimierungsziele sind für den Ingenieur mit seinem Problem gewöhnlich *maschinenspezifisch* (z.B. Gewicht, Länge, Wirkungsgrad, Materialkosten etc.). In der Regel werden mehrere Optimierungsziele verfolgt, die sich zumeist gegenläufig verhalten. Dies wird auch *multikriterielles* Optimierungsproblem genannt. Die so erhaltenen Ergebnisse werden *Pareto-Optimal* oder *Effizient* genannt. Durch die Darstellung dieser *Pareto-optimalen* Mengen kann das Kosten-Nutzen-Verhältnis abgelesen werden und es ist für den Auftraggeber oder Projektleiter leichter möglich, eine Entscheidung bezüglich *optimaler* Maschine zu treffen.

Solche Optimierungsprobleme können nur noch sehr schwer *per Hand* gelöst wer-

den, man greift vielmehr zu mathematischen Optimierungsstrategien. Man unterscheidet zwischen linearen und nichtlinearen, lokalen und globalen, beschränkten und unbeschränkten, konvexen und nicht-konvexen, ganz- und rationalzahligen Optimierungsproblemen.

In dem konkreten Fall, der in dieser Dissertation behandelt wird, handelt es sich bei der *Maschine* um einen permanenterregten Synchrongenerator, der für eine getriebelose Windkraftanlage entworfen werden soll. In diesem Kapitel wird die Methode zur Lösung dieses multikriteriellen Optimierungsproblems beschrieben. Der Optimierungsprozess ist anhand eines Beispiels in Kapitel 6 dargestellt.

5.1. Zielfunktionen, Randbedingungen und Parametervektor

In diesem Kapitel werden die Begriffe Zielfunktionen, Randbedingungen und Parametervektor in Bezug auf das Generatoroptimierungsproblem erläutert. Der Parametervektor $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)$ beinhaltet die Größen, die während des Optimierungsprozesses verändert werden können. Mögliche Parameter sind:

- Anzahl der Polpaare p'
- Magnethöhe h_{Mag} und Polbedeckung α
- Nuthöhe h_N und -breite b_N
- Eisenpaketlänge l_{Fe}
- Phasenstrom I_s und Stromflusswinkel ψ
- etc.

Dabei ist zu beachten, dass die Parameter in ihrer Definitionsmenge durch Ober- und Untergrenzen (x_o, x_u) eingeschränkt sein können. So gilt für die meisten Parameter bereits aus physikalischen Gründen die untere Grenze von 0. Als obere Grenze gilt z.B. für die Nutbreite, dass sie nicht größer als die Nutteilung werden kann. Grenzen können auch aus produktionstechnischen Gründen existieren, wie z.B. für die maximale Magnethöhe. Manche dieser Feststellungen erscheinen für den Ingenieur trivial und unnötig zu sein, für die Formulierung des mathematischen Optimierungsproblems sind sie jedoch notwendig. Eine besondere Art Parameter stellt die Anzahl der Polpaare p' dar. Sie muss naturgemäß ganzzahlig sein, was an die Optimierungsalgorithmen eine besondere Anforderung stellt. Wie dieses Problem umgangen werden kann, wird in Abschnitt 5.2 beschrieben.

Die folgenden Größen können als Randbedingungen (auch Restriktionsfunktionen genannt) gelten. Dabei unterscheidet man zwischen Ungleichheitsrestriktionen $g_i(\vec{x}) \leq 0$ und Gleichheitsrestriktionen $h_i(\vec{x}) = 0$:

- elektrische Generatornennleistung P_N
- Phasennennspannung U_N
- maximal erlaubtes Kurzschlussmoment
- Entmagnetisierungsfestigkeit
- Mindest-Wirkungsgrad im Nennpunkt/Teillastbereich η
- maximal erlaubtes Gewicht
- maximal erlaubter Phasenstrom I_s
- maximale Länge l_{Fe}
- maximale Kosten
- etc.

Als Zielfunktionen $f_i(\vec{x})$ kommen in Betracht:

- maximaler Wirkungsgrad
- minimales Gewicht
- minimaler Phasenstrom
- minimale Kosten
- etc.

Dies stellt nur eine Auswahl der möglichen Größen dar. Man beachte, dass manche Größen sowohl Ziel- als auch Restriktionsfunktion sein können. In der Mathematik beschränkt man sich im Allgemeinen auf die Betrachtung von Minimaproblemen oder die Betrachtung von Kleinergleichrestriktionen. Dies kann durch einfache Umformung der Gleichungen geschehen, worauf hier nicht näher eingegangen wird.

Das hier betrachtete Generatoroptimierungsproblem soll nun weiter konkretisiert werden. Dazu werden an dieser Stelle nur generelle Angaben ohne dazugehörige Werte angegeben. Ergebnisse und Bilder, die in diesem Kapitel gezeigt werden, sind

aus unterschiedlichen Optimierungsszenarien entstanden und dienen nur zur Veranschaulichung diverser Erkenntnisse und Aussagen. Eine genaue Aufgabenstellung incl. Randbedingungen wird in Kapitel 6 dargestellt.

Untersucht wurden Generatoren, die an einem gesteuerten Gleichrichter betrieben werden. Die Wicklung wurde als Formspule in Rechtecknuten ausgeführt. Es kamen sowohl Innen- als auch Außenläufer in Betracht. In den Spezifikationen wurde jeweils eine elektrische Nennleistung sowie Nenndrehzahl und eine maximale Umrichterbetriebsspannung vorgegeben. Je nach Schutzeinrichtung des Umrichters wurde die maximale Sperrspannung der IGBTs dimensionierend für die Generatorspannung bei Überdrehzahl oder die maximale Umrichterbetriebsspannung dimensionierend für die Generatorspannung bei Nennbetrieb. Damit wurde die Windungszahl bestimmt.

Als Parametervektor wurde

$$\vec{x} = (p', h_{\text{Mag}}, h_{\text{N}}, b_{\text{N}}, I_{\text{s}})^T \quad (5.1)$$

gewählt. Damit sind die wesentlichen Einflussgrößen eines Generatorentwurfs ausgewählt. Die restlichen Größen sind in der Regel durch äußere Faktoren vorgegeben. Dazu gehört der Außendurchmesser, der aus Transportgründen gewöhnlich begrenzt ist. Wegen der langsamen Drehzahlen dieser Windkraftgeneratoren muss die geforderte Leistung mit einem großen Drehmoment bereitgestellt werden, weshalb der maximal erlaubte Außendurchmesser ausgenutzt wird. Die Luftspaltweite δ versucht man für eine hohe Luftspaltflussdichte möglichst klein zu realisieren; für sie ist aus konstruktionstechnischen Gründen eine untere Grenze vorgegeben. Ständer- bzw. Rotorjoch werden wegen der großen Durchmesser aus strukturtechnischen Gründen bestimmt. Die Polbedeckung α wurde auf Grundlage der Ergebnisse aus Abschnitt 3.2.2 zu 0,75 gewählt.

Der Generator wird an einem gesteuerten Gleichrichter betrieben. Dies bedeutet, dass der Strom in Amplitude und Phase einstellbar ist. Für alle optimalen *Generatoren* wurde angenommen, dass der Generator mit einem Stromflusswinkel $\psi = 170^\circ$ betrieben wird. Der Einfluss des Stromflusswinkels auf die Kraftdichte des Generators wurde in [Hen00] und [Sch06] untersucht und liegt bei diesem Generatortyp stets etwas unterhalb von 180° , was reinen q-Strom bedeuten würde.

Den letzten entscheidenden Parameter stellt die Paketlänge l_{Fe} des Generators dar. Sie wurde nicht in den Parametervektor aufgenommen, da sie mit guter Näherung aus dem Ergebnis der 2D-FE-Magnetkreisberechnung und der elektrischen Sollleistung berechnet werden kann, da dies ein einfaches Nullstellenproblem dar-

stellt. In den Berechnungen wurden neben den Stromwärmeverlusten auch die Eisenverluste berücksichtigt. Zusatzverluste durch Stromverdrängung in den Nuten und Wirbelströme in den Magneten wurden vernachlässigt. Mit der Generatorlänge ist es dann möglich, die Windungszahl der Wicklung zu bestimmen, so dass die maximal erlaubte Generatorspannung eingehalten wird. Die Restriktion der Generatorleistung und -spannung ist demnach implizit erfüllt und wird nicht weiter in der Gruppe der Restriktionsfunktionen berücksichtigt.

Die letzten wichtigen Restriktionen bilden die Forderung nach Entmagnetisierungsfestigkeit sowie nach dem maximalen Kurzschlussmoment. Diese Forderungen wurden bei der Optimierungsrechnung nicht berücksichtigt, da dies sehr rechenzeitintensiv ist. Eine Überprüfung wurde am Ende für den aus der Pareto-Menge ausgewählten Generator durchgeführt, mit der Gefahr, dass der Generator die geforderte Spezifikation nicht erfüllt.

Für die Magnetkreisberechnung der Generatoren wird, wie in Kapitel 2 beschrieben, die FE-Methode mit dem Programm *ANSYS* benutzt. Aus diesem Grund können Ziel- als auch Restriktionsfunktionen nicht analytisch formuliert werden. Dies hat gewisse Auswirkungen auf die Wahl des Optimierungsalgorithmus, da die Algorithmen, die nach der Gradientenmethode arbeiten, diesen oft in analytischer Form als Eingabe benötigen. Des weiteren ist die Magnetkreisberechnung mit der FE-Methode um ein Vielfaches zeitaufwändiger als die Auswertung analytischer Gleichungen. Optimierungsalgorithmen benötigen auf der Suche nach einem Optimum jedoch hunderte bis tausende von Funktionsauswertungen = Generatorberechnungen. In der Phase des Experimentierens, wo der Ingenieur den Einfluss verschiedener Restriktionen und Zielfunktionen untersucht, kann dies schnell zu einem nicht realisierbaren zeitlichen Unterfangen werden. Zur Lösung dieses Problems wurde der in Abschnitt 5.2 beschriebene Ansatz gewählt. Darin wird auch deutlich, warum die Dimension des Parametervektors soweit wie möglich reduziert wurde.

Als Beispiel für die Berechnungsdauer zweier unterschiedlicher Generatorgeometrien (Tabelle 5.2 auf Seite 75) benötigt der linke Generator eine CPU-Zeit von 165 s und der rechte 39 s¹.

5.2. Parametervariationsrechnung

Abbildung 5.1 zeigt die Skizze eines Poles mit den Optimierungsparametern. Um nun das angesprochene Rechenzeitproblem zu verbessern, wurde vor der eigentlichen

¹Die Berechnung wurde auf einem PC mit P4 3.2 GHz Prozessor und 2 GB RAM durchgeführt

Optimierung eine FE-Parametervariationsrechnung des 2D-Magnetkreises durchgeführt. Dabei wurden die Parameter in einem vorgegebenen Bereich äquidistant variiert (Tabelle 5.1) und somit ein 5-dimensionales Gitter für die notwendigen Ergebnisse (Zielfunktionen, Restriktionen und andere Werte) angelegt. Diese umfangreiche Variationsberechnung kann sehr leicht auf mehrere PCs verteilt werden. Das damit erhaltene Ergebnissgitter kann danach durch eine kubische Spline-Interpolation angenähert werden. Damit ist es möglich, den Magnetkreis, der von einem beliebigen Parametervektor innerhalb des vorgegebenen Bereichs beschrieben wird, abzuschätzen.

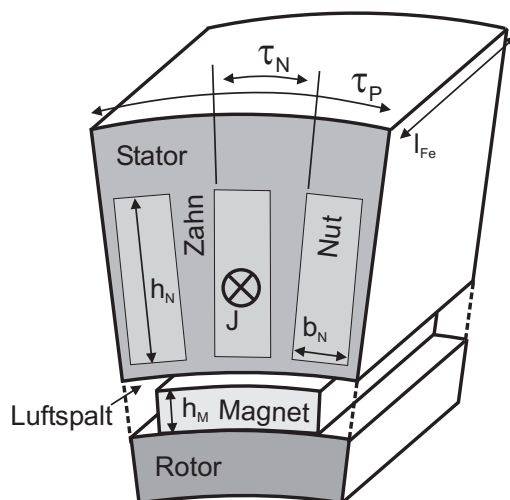


Abbildung 5.1.: Skizze eines Poles mit den Optimierungsparametern

| Parameter | Bereich | Anzahl der Stützstellen |
|------------------|---|-------------------------|
| p' | 30 - 80 | 6 |
| h_{Mag} | 6 - 22 mm | 9 |
| k_{bN} | 0.4 - 0.6 | 5 |
| k_{hN} | 0.6 - 1.4 | 9 |
| $A \cdot J$ | 1000 - 3500 $\frac{\text{A}^2}{\text{cm mm}^2}$ | 11 |

Tabelle 5.1.: Variationsgitter der FE-Berechnungen

Die Interpolation wurde mit der Funktion `interp` (Option 'spline') aus dem Programm MATLAB² durchgeführt. Die Funktion `interp` wurde dahingehend modifiziert, dass die Berechnung der Koeffizienten der Spline-Polynome aus dem Ergebnissgitter der Parametervariationsrechnung und die anschließende Auswertung

²MATLAB Release 14, Service Pack 1 from The MathWorks, Inc.

des Parametervektors aus den angenäherten Spline-Polynomen getrennt aufgerufen werden konnte. Dadurch war es möglich, die Generatorberechnung während des Optimierungsprozesses um mindestens Faktor 1000 zu beschleunigen, im Verhältnis zu der FE-Magnetkreisberechnung. Ein weiterer Vorteil ist, dass die Spline-Interpolation eine stetig differenzierbare Funktion darstellt, was den Einsatz eines Standard Lösungsalgorithmus für nichtlineare, restringierte Optimierungsprobleme, z.B. `fmincon` aus MATLAB, ermöglicht. Das Problem des nicht-ganzzahligen Parameters Polteilung ist durch die Interpolation auch gelöst. Damit wird deutlich, dass am Ende des Optimierungsprozesses keineswegs eine fertig entworfene Maschine steht. Die Ergebnisse können als Entscheidungshilfe genommen werden, nach der der finale Entwurf angefertigt werden kann. Vor allem in Bezug auf die Anzahl der Polpaare des Generators spielt es eine große Rolle, ob das erhaltene Optimum *gut* realisierbar ist. Außer einer ganzzahligen Polpaarzahl versucht man eine Polpaarzahl mit möglichst vielen Teilern zu wählen, damit man bei der Verschaltung der Wicklung flexibel ist.

Aus Tabelle 5.1 geht hervor, dass für die Parametervariationsrechnung anstelle der Parameter h_N , b_N und I_s die Ersatzparameter k_{bN} , k_{hN} und $A \cdot J$ gewählt wurden. Der Parameter k_{bN} ist das Verhältnis von Nutbreite zu Nutteilung. Eine Variation der eigentlichen Nutbreite würde keinen Sinn machen, da die Nutbreite von der Nutteilung und damit von dem Parameter der Polpaarzahl abhängig ist. Der Parameter k_{hN} ist das Verhältnis von Nuthöhe zu Polteilung. Damit erreicht man, dass das geometrische *Erscheinungsbild* der Nut für alle Variationen in einem festgelegten Bereich stattfindet. Der Parameter $A \cdot J$ ist ein Maß für die thermische Belastung³ des Generators und damit für die Festlegung des Variationsbereichs aussagekräftiger als die Nutstromdichte J . Die Auswahl des Variationsbereichs wird bei manchen Parametern (k_{hN} und h_{Mag}) aus konstruktionstechnischen Gründen ge-

³siehe [Vog83] und [Bin01]

$$\begin{aligned} \text{Ohmsche Verluste: } P_{Cu} &= \sum_{z_{Nut}} I_{Leiter}^2 \cdot R_{Leiter} = z_{Nut} \cdot I_{Leiter}^2 \cdot \frac{l_{Leiter}}{q_{Leiter}} \cdot \frac{1}{\kappa} \\ &= z_{Nut} \cdot \overbrace{\frac{I_{Leiter}}{q_{Leiter}}}^J \cdot I_{Leiter} \cdot \frac{l_{Leiter}}{\kappa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Abführbare Verluste: } P_{Cu} &= \alpha_k \cdot O \cdot \Delta\vartheta \Rightarrow \Delta\vartheta \sim \frac{P_{Cu}}{O} \sim \frac{z_{Nut} \cdot J \cdot I_{Leiter} \cdot l_{Leiter}}{D_i \cdot \pi \cdot l_{Leiter} \cdot \kappa} = A \cdot J \cdot \frac{1}{\kappa} \\ &\Rightarrow \Delta\vartheta \sim A \cdot J \end{aligned}$$

troffen, während bei anderen Parametern (p' , k_{bN} und $A \cdot J$) der Ingenieur vor der Optimierung abschätzen muss, in welchem Bereich die gesuchten Ergebnisse liegen könnten. Dies, in Verbindung mit der Schrittlweite bzw. Anzahl der Stützstellen der Variation, beeinflusst die Anzahl der FE-Berechnungen und damit der zu investierenden Rechenzeit vor der eigentlichen Optimierung. Für die in Tabelle 5.1 beschriebene Variation wurden 26730 FE-Magnetkreisberechnungen durchgeführt.

Der gewählte Parametervektor ist demnach

$$\vec{x} = (p', h_{\text{Mag}}, k_{hN}, k_{bN}, A \cdot J)^T.$$

In der Regel formuliert der Auftraggeber kein eindeutig definiertes Optimierungsproblem, sondern schreibt die Generatoranforderungen in eine Spezifikation, bei der zu Beginn des Projektes nicht alle Forderungen konkret feststehen. So könnte die Forderung z.B. beinhalten: Entwurf eines Generators mit der elektrischen Nennleistung $P_N = 5.3 \text{ MW}$ und einer Nennspannung $U_{sN} = 690 \text{ V}$ (Optimierungsproblem aus Kapitel 6) mit den Restriktionen Phasenstrom (I_s), Nennwirkungsgrad (η) und Gewicht der aktiven Massen (Magnete, Kupfer und Eisen, G_{Aktiv}). Über die maximalen Kosten (aus einer spezifischen Kostenfunktion, $Kosten$) wurde während der Projektplanung in der Regel auch eine obere Grenze festgelegt. Die erste Frage, die sich nun stellt, ist: Ist ein solcher Generatorentwurf realisierbar?

Mit Hilfe der Ergebnisse aus den Parametervariationsrechnungen kann bereits eine erste Aussage über diese Frage und dem daraus folgenden Optimierungsproblem bzgl. der Restriktionen getroffen werden. Beispielhaft seien hier die Variationsergebnisse des Optimierungsproblems aus Kapitel 6 gezeigt. Die Spezifikationen elektrischen Nennleistung $P_N = 5.3 \text{ MW}$ und Nennspannung $U_{sN} = 690 \text{ V}$ müssen aus oben beschriebenen Gründen nicht in die Menge der Restriktionsfunktionen aufgenommen werden.

Entwurf eines 5,3 MW Generators

$$\text{s.t. } \vec{x} \in X,$$

$$\vec{x}_u \leq \vec{x} \leq \vec{x}_o$$

$$g_1(\vec{x}) = I_s(\vec{x}) / \text{A} - 5000 \leq 0$$

$$g_2(\vec{x}) = -\eta(\vec{x}) + 0,96 \leq 0$$

$$g_3(\vec{x}) = G_{\text{Aktiv}}(\vec{x}) / \text{kg} - 55 \cdot 10^3 \leq 0$$

$$g_4(\vec{x}) = \text{Kosten}(\vec{x}) / \text{€} - ?? \leq 0.$$

Abbildungen 5.2 bis 5.5 zeigen die Ergebnisse der Restriktionsfunktionen aus der Parametervariationsrechnung mit der eingezeichneten Restriktionen. Abbildungen 5.6 bis 5.8 beantworten nun die Frage: Was bleibt von den diskret berechneten Generatoren übrig, wenn die Restriktionen angewandt werden? Man sieht, dass die Festlegung der Restriktionen schnell bewirken kann, dass das Problem nicht mehr lösbar ist. Als unmittelbare Konsequenz ergibt sich damit ein Optimierungsproblem, welches, wie am Anfang dieses Kapitels beschrieben, meist versucht, mehrere Zielfunktionen zu optimieren. Die Lösung dieses multikriteriellen Optimierungsproblems wird in den folgenden Abschnitten erläutert.

Abbildungen 5.9 bis 5.11 zeigen ausgewählte Resultate von zwei unterschiedlichen FE-Magnetkreisberechnungen aus der Parametervariationsrechnung. Dabei wurden bewusst zwei Generatoren gewählt, die extreme Geometrien aufweisen. Die Parametervektoren sind in Tabelle 5.2 dargestellt. Man beachte, dass der Außendurchmesser bei beiden Generatoren gleich ist. Abbildung 5.9 auf Seite 81 zeigt die FE-Modelle eines Poles mit dem selben Maßstab, um den Größenunterschied erkennen zu können, die anderen Abbildungen besitzen unterschiedliche Maßstäbe, um Details besser erkennen zu können. Es sei angemerkt, dass diese beiden Generatoren nicht unbedingt die vorher genannten Randbedingungen erfüllen. Sie sollen vielmehr verdeutlichen, in welchem geometrischen Rahmen sich die berechneten Generatoren der Parametervariationsrechnung befinden.

| Parameter | Generator links | Generator rechts |
|-------------|----------------------------------|----------------------------------|
| p' | 30 | 80 |
| k_{bN} | 0.4 | 0.6 |
| k_{hN} | 0.6 | 1.4 |
| h_{Mag} | 18 mm | 6 mm |
| $A \cdot J$ | $3000 \frac{A^2}{cm \cdot mm^2}$ | $3000 \frac{A^2}{cm \cdot mm^2}$ |

Tabelle 5.2.: Parameter zweier Generatoren

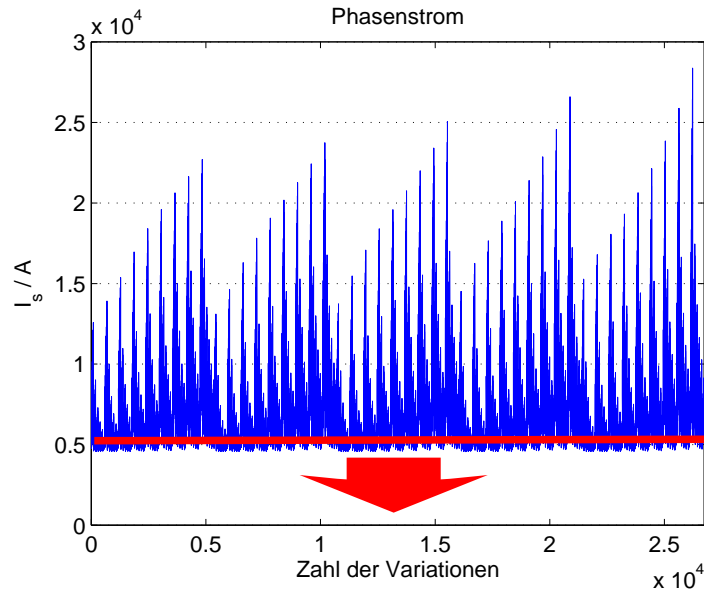


Abbildung 5.2.: Ständerstrom für alle Variationen mit der eingezeichneten Restriktion $I_s(\vec{x}) \leq 5000 \text{ A}$

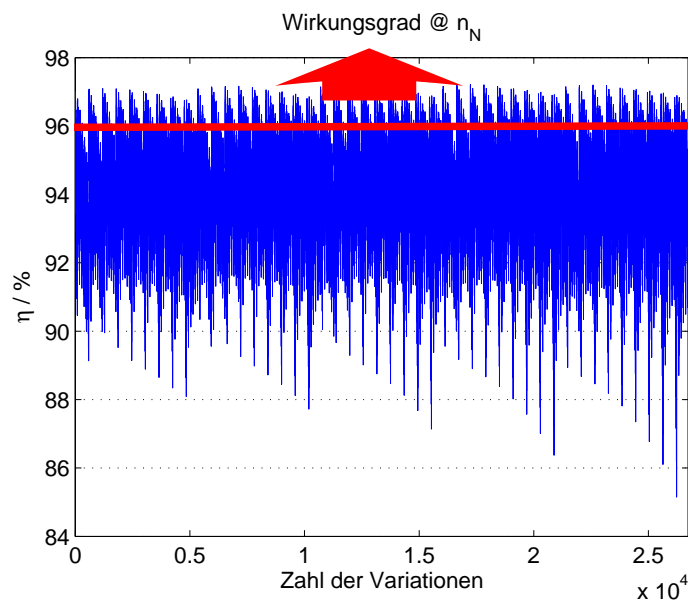


Abbildung 5.3.: Nennwirkungsgrad für alle Variationen mit der eingezeichneten Restriktion $\eta(\vec{x}) \geq 96\%$

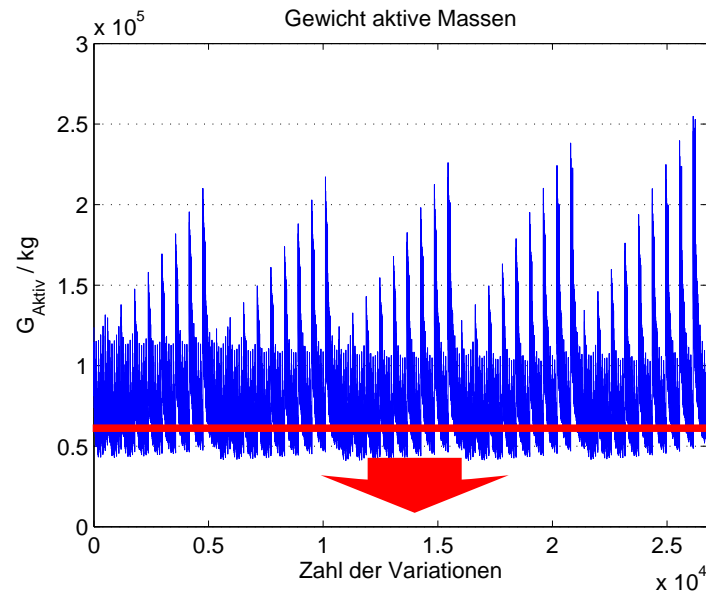


Abbildung 5.4.: Gewicht der aktiven Massen für alle Variationen mit der eingezeichneten Restriktion $G_{\text{Aktiv}}(\vec{x}) \leq 55 \cdot 10^3 \text{ kg}$

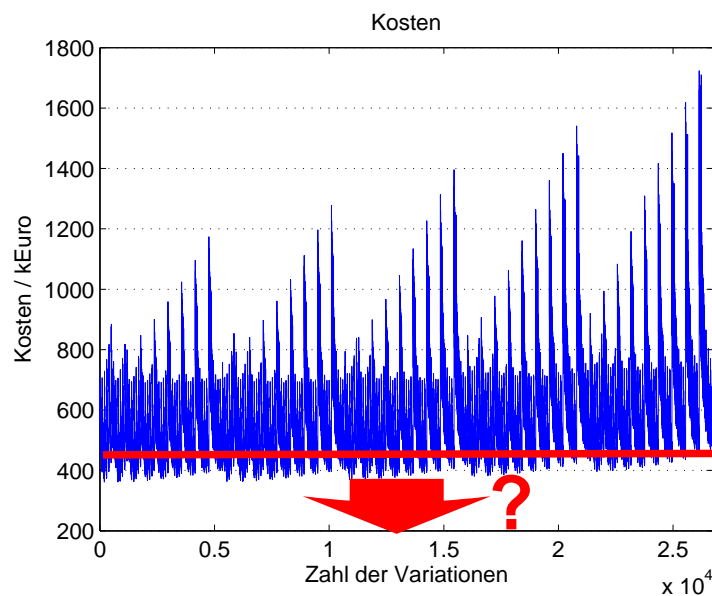


Abbildung 5.5.: Kosten gemäß Kostenfunktion für alle Variationen; welche Forderung ist realistisch?

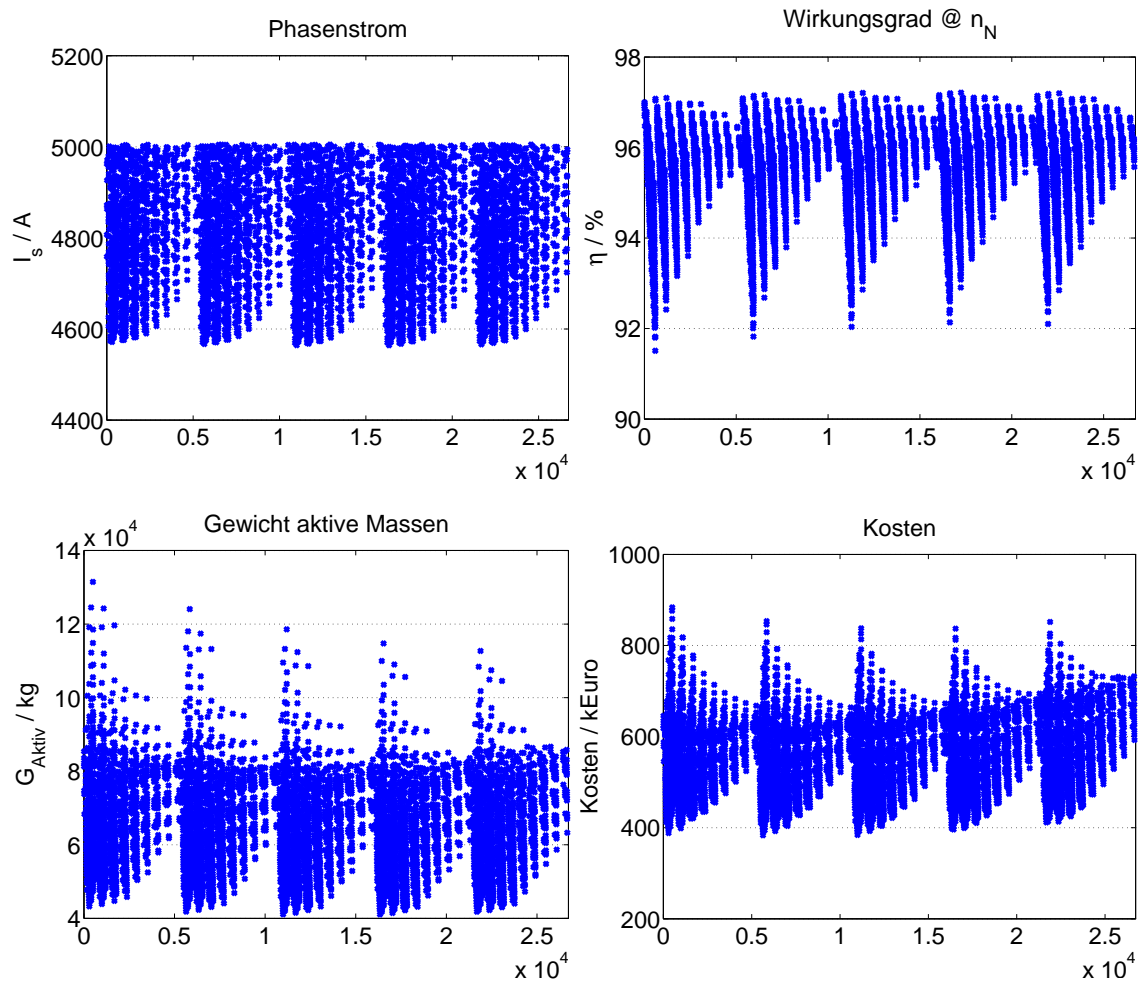


Abbildung 5.6.: Ergebnisse nach der ersten Restriktion $I_s \leq 5000 \text{ A}$, jeweils aufgetragen über die Zahl der Variationen

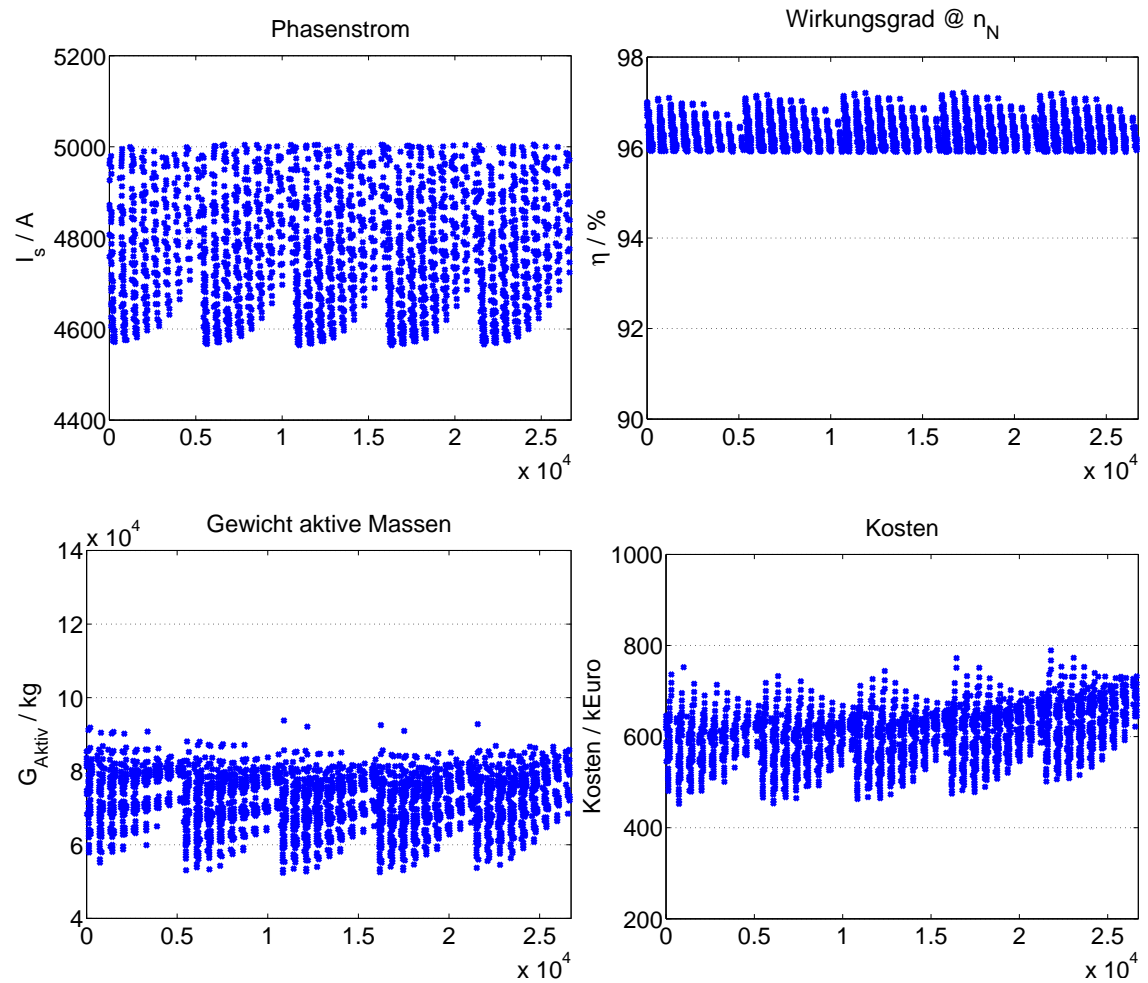


Abbildung 5.7.: Ergebnisse nach der zweiten Restriktion $\eta \geq 96\%$, jeweils aufgetragen über die Zahl der Variationen

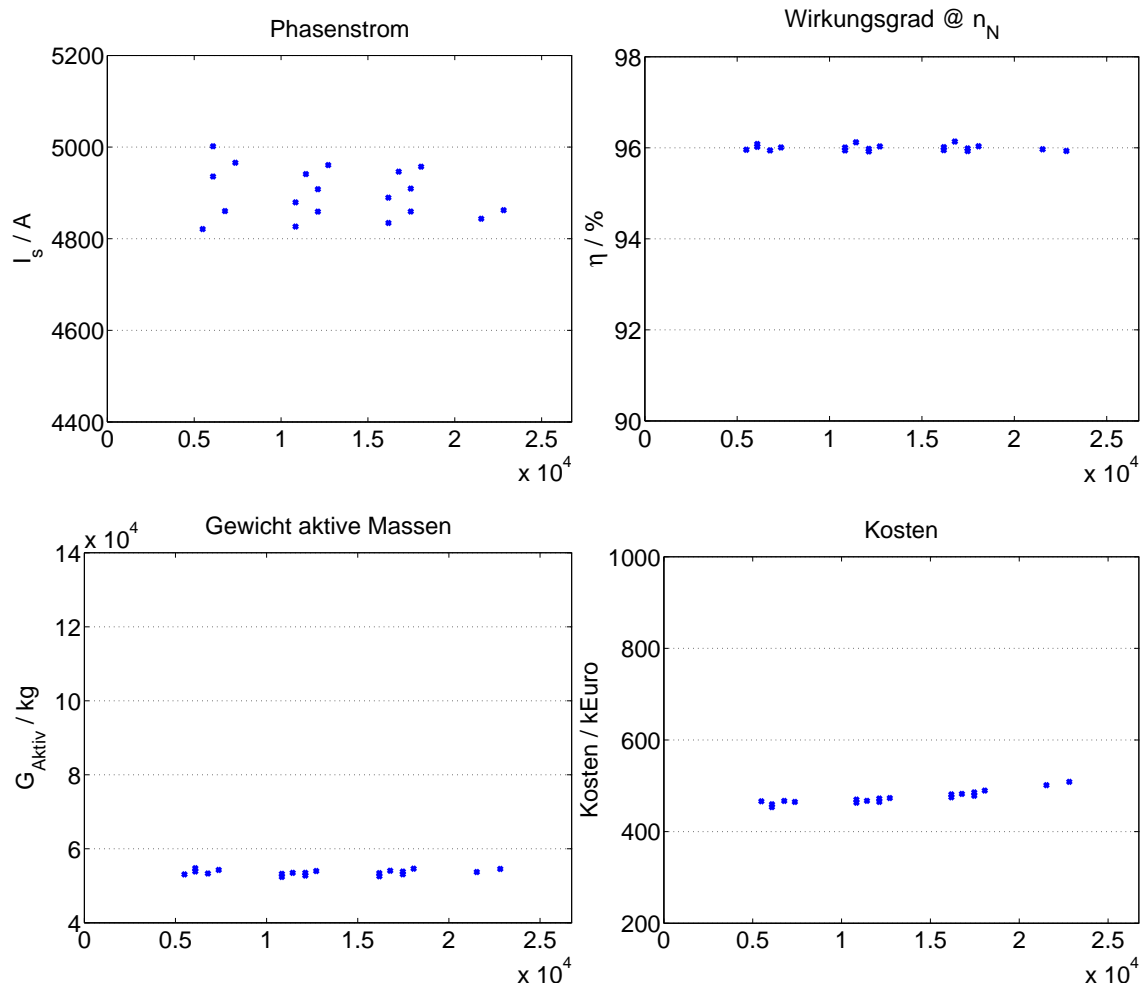


Abbildung 5.8.: Ergebnisse nach der dritten Restriktion $G_{\text{Aktiv}} \leq 55000$ kg, jeweils aufgetragen über die Zahl der Variationen

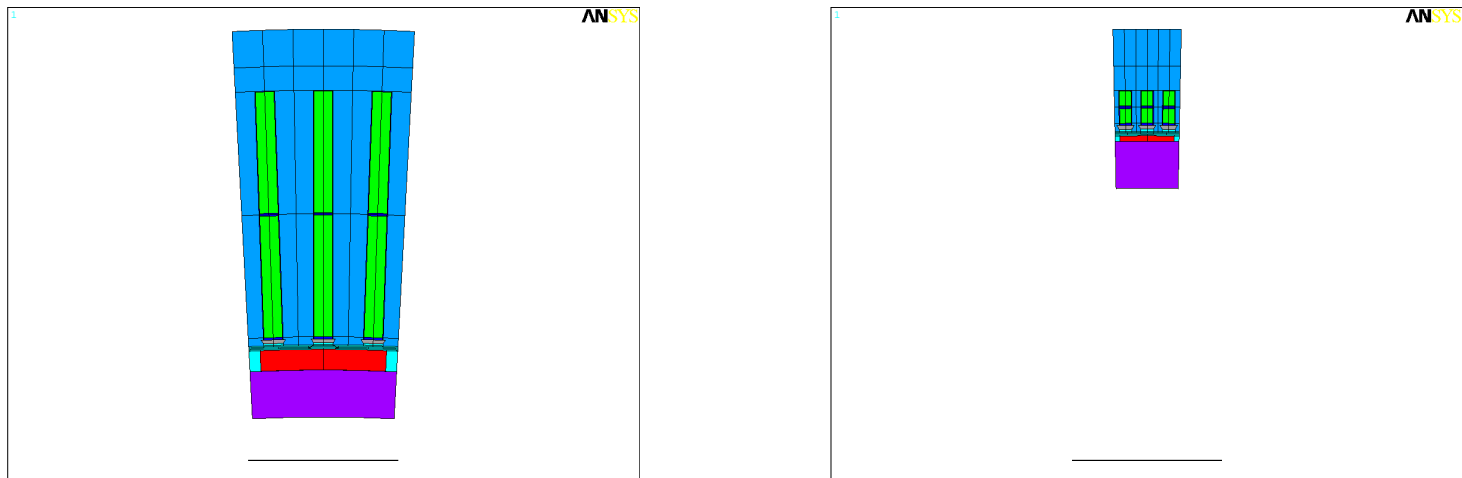


Abbildung 5.9.: Blechschnitt eines Poles, beide Pole sind mit dem selben Maßstab dargestellt

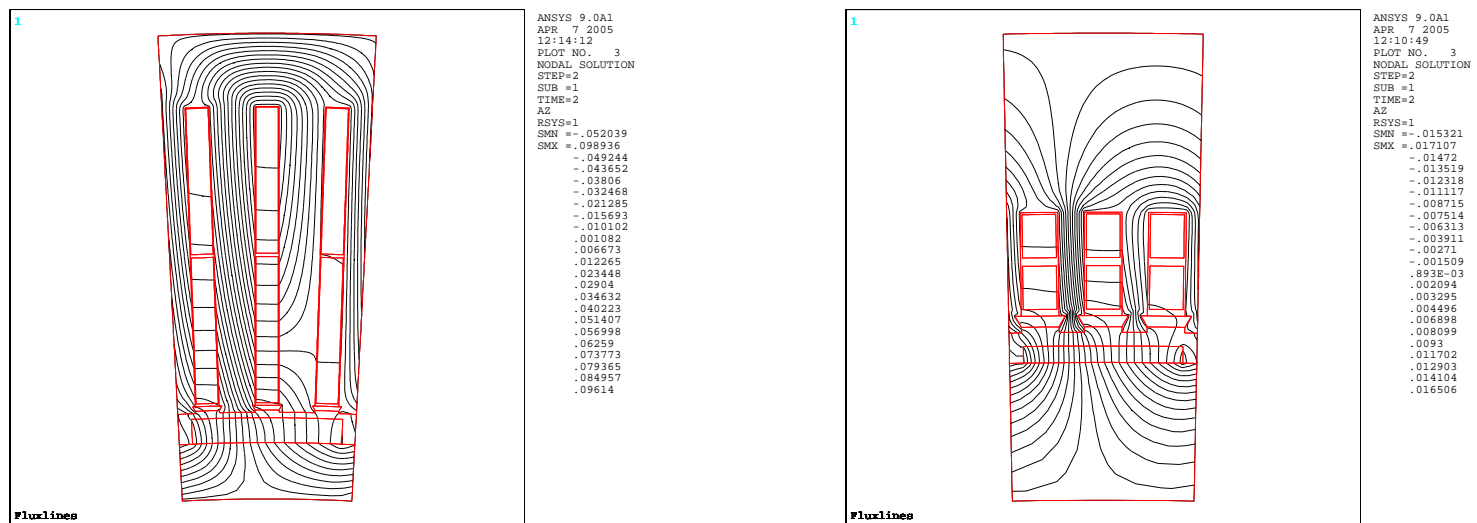


Abbildung 5.10.: Magnetische Flusslinien

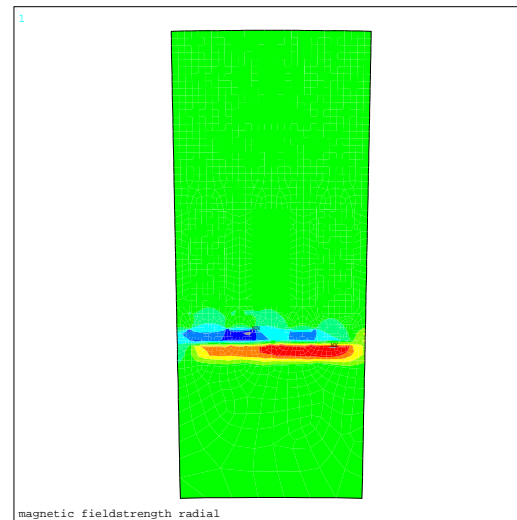
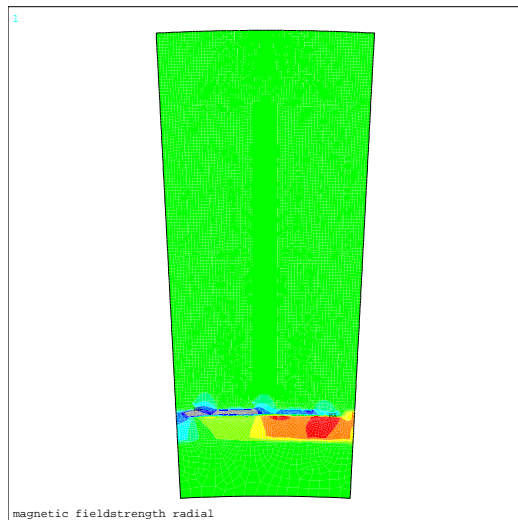


Abbildung 5.11.: Radiale Komponente der magnetischen Feldstärke H

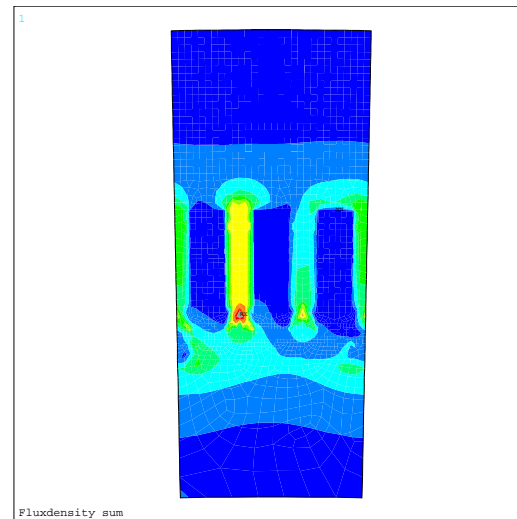
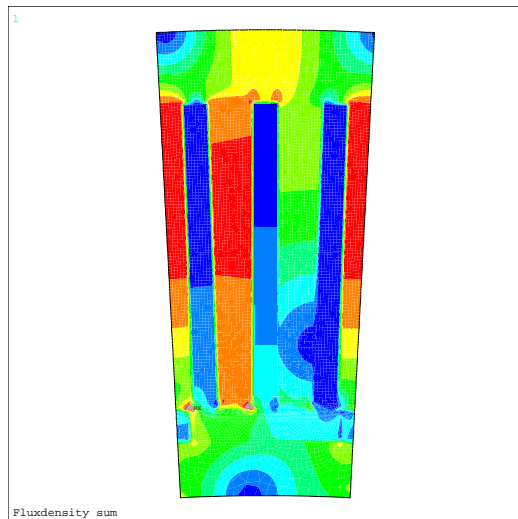


Abbildung 5.12.: Magnetische Flussdichte B

5.3. Mathematische Definition des Optimierungsproblems und dessen Lösung

In diesem Abschnitt soll das Optimierungsproblem mathematisch definiert und eine Zusammenfassung des in Abschnitt 5.5 ausführlich beschriebenen Lösungsweges gegeben werden. Die hier beschriebene Lösungsmethode baut auf den Arbeiten von [Ehr00], [SKW01], [SKW02] und [Rai05] auf.

Mindestanforderungen, Spezifikationen und Ziele bei der Entwicklung eines neuen Generators können in einem multikriteriellen Optimierungsproblem der Form

$$\begin{aligned} \min \quad & \vec{f}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} f_1(\vec{x}) \\ \vdots \\ f_m(\vec{x}) \end{pmatrix} \\ \text{s.t.} \quad & \vec{x} \in X, \end{aligned} \tag{5.2}$$

zusammengefasst werden, welches es zu lösen gilt. $X \subset \mathbb{R}^n$ stellt die zulässige Menge des Parametervektors dar, der durch die Restriktionen, sowie durch die Ober- und Untergrenzen definiert wird. Ausgeschrieben bedeutet dies:

$$\vec{x}_u \leq \vec{x} \leq \vec{x}_o \tag{5.3}$$

$$\vec{g}(\vec{x}) \leq 0 \tag{5.4}$$

$$\vec{h}(\vec{x}) = 0 \tag{5.5}$$

Da die Zielfunktionen f_1, \dots, f_m nicht analytisch gegeben sind, können keinerlei Aussagen zur Struktur des Problems gemacht werden. Es muss davon ausgegangen werden, dass es sich um ein nichtlineares, nichtkonvexes multikriterielles Optimierungsproblem handelt.

Es werden unter anderem die Optimierungsziele Wirkungsgrad, Gewicht und Kosten betrachtet. Diese nehmen im Allgemeinen nicht für das gleiche \vec{x} einen optimalen Wert an. Um eine optimale Lösung zu erhalten, kann der planende Ingenieur die verschiedenen Ziele als gewichtete Summe in einer einzigen Zielfunktion zusammenfassen. Bei der Festlegung der Gewichtung muss er sich auf seine Erfahrung und Intuition verlassen. Eine so erhaltene Lösung des modifizierten Problems beinhaltet keinerlei Information darüber, wie sich die einzelnen Ziele gegenseitig beeinflussen oder in welchem Maße eine kleine Veränderung der Gewichtung die Lösung verän-

dert.

Daher ist es von Interesse, die so genannte effiziente Menge zu bestimmen. Elemente der effizienten Menge sind Zielfunktionsvektoren, bei denen eine Koordinate nicht weiter verbessert werden kann ohne eine Verschlechterung einer anderen Koordinate in Kauf zu nehmen. Die zugehörigen Elemente des Parameterraums X heißen *Pareto-optimal*. Es handelt sich bei der effizienten Menge also um eine Menge von Kompromisslösungen, von der abgelesen werden kann, in welchem Zusammenhang einzelne Ziele stehen – d.h. welche Verschlechterung des einen Ziels in Kauf genommen werden muss, um ein anderes zu verbessern.

Wie in [SKW01] beschrieben, wird die effiziente Menge durch eine stückweise lineare Approximation von innen angenähert. Es handelt sich um ein Verfahren zur Annäherung der effizienten Menge mit Hilfe von Distanzfunktionen. Die Distanzfunktion passt sich der Problemstruktur an. Ein Referenzpunkt z^0 kann gewählt werden oder wird automatisch berechnet. Die effiziente Menge wird im Bereich links unterhalb des Referenzpunktes angenähert. Es werden nach und nach Elemente der effizienten Menge als Lösungen von Einzelproblemen gefunden. Diese werden dazu verwendet, die Annäherung der effizienten Menge an solchen Stellen zu verbessern, wo sie bis dahin am schlechtesten ist. Das Verfahren funktioniert sowohl für konvexe als auch für nichtkonvexe Optimierungsprobleme. Dabei muss zwischen bikriteriellen und mehr- bzw. multikriteriellen Optimierungsproblemen unterschieden werden. Falls es sich um ein konvexes bikriterielles Optimierungsproblem handelt, kann die Qualität der Annäherung angegeben werden. Das Näherungsverfahren hat den Vorteil, dass a priori keinerlei Informationen über das Problem vorliegen müssen, um gute Resultate zu erzielen. Der Anwender muss auch keine Präferenzen bezüglich der Reihenfolge oder Gewichtung der verschiedenen Optimierungsziele angeben. Die effiziente Menge wird automatisch dort angenähert, wo ihre Struktur besonders „interessant“ ist – in beinahe linearen Bereichen werden nur wenige Punkte berechnet, wohingegen in stark gekrümmten Bereichen viele Punkte berechnet werden.

Bei der Implementierung des Annäherungsverfahrens muss folgendes beachtet werden: Aufgrund des nichtlinearen, nichtkonvexen Verhaltens treten im dargestellten Optimierungsproblem sowie in den Einzelproblemen, die im oben beschriebenen Näherungsverfahren gelöst werden müssen, lokale Optima auf – es handelt sich also um globale Optimierungsprobleme. Um dieser Problematik gerecht zu werden, wurde ein globaler Optimierungsalgorithmus, der sowohl Nebenbedingungen als auch nicht-analytisch gegebene Funktionen verarbeiten kann, eingebunden. Der verwendete Algorithmus SNOBFIT [HN] findet bei den untersuchten Problemen rasch das Gebiet auf, in dem sich das globale Optimum befindet, konvergiert jedoch nicht oder

nur sehr langsam gegen das Optimum. Daher wird SNOBFIT dazu benutzt, dieses Gebiet zu bestimmen und daraufhin ein lokaler Optimierungsalgorithmus, der erfahrungsgemäß schnell und genau das Optimum findet, eingesetzt. Alternativ kann auch auf den globalen Algorithmus verzichtet werden, was bei der untersuchten Problemstellung zu schnelleren Laufzeiten bei nahezu gleichbleibender Lösungsqualität führt.

Da sich die Ziel- sowie Restriktionsfunktionswerte zum Teil deutlich in ihrer Größenordnung unterscheiden, wurden die Funktionen normiert betrachtet. Dabei gab es für die Zielfunktionen die Option, einen Normierungswert vorzugeben oder einen charakteristischen Referenzwert (aus dem Referenzpunkt z^0) zu verwenden. Keine Normierung kann mit dem Referenzwert 1 realisiert werden. Die Restriktionsfunktionen wurden mit dem Restriktionswert normiert. Der Vergleich dieser Optionen ist in Beispielen in Abschnitt 5.6.1 (Abbildungen 5.43 bis 5.44) dargestellt. Je nach Zielfunktionskombination ergaben sich Laufzeitvorteile. Des weiteren wurde der Parametervektor \vec{x} auf ein Intervall von 0 bis 1 transformiert. Damit kann der Parametervektor in der Form $x \in [0, 1]^m$ ausgedrückt werden.

Abbildung 5.13 zeigt exemplarisch eines der erzeugten Resultate aus einem bikriteriellen Optimierungsproblem für einen 1.3 MW Generator. Es wird die effiziente Menge der Zielfunktionen Gesamtkosten *Kosten* und Gesamtgewicht der aktiven Massen G_{Aktiv} dargestellt. Als Restriktion wurde der Phasenstrom $I_s \leq 1400 \text{ A}$ und der Nennwirkungsgrad $\eta \geq 95\%$ gesetzt. In der Abbildung wird der Vorteil der Pareto-Optimierung ersichtlich: Es können die Bereiche identifiziert werden, in denen eine Verringerung des Gewichts mit deutlich steigenden Kosten verbunden ist (im Bereich $G_{\text{Aktiv}} = 14.5 \cdot 10^3 \text{ kg}$) oder wo eine Gewichtsreduzierung sehr kostengünstig ist (im Bereich um $G_{\text{Aktiv}} = 14 \cdot 10^3 \text{ kg}$).

5.4. Grundlegendes zur bi- und multikriteriellen Optimierung

Dieser Abschnitt stellt die mathematischen Grundlagen zum Verständnis der bi- und multikriteriellen Optimierung vor. Der erste Teil beschreibt verschiedene Lösungsansätze für Optimierungsprobleme mit multiplen Kriterien und gibt eine generelle Einführung in die Pareto-Optimierung, welche für die hier behandelte Generatoroptimierung angewandt wurde. Der folgende Teil gibt eine Einführung in die Theorie der Pareto-Optimierung. In den folgenden Abschnitten werden Vektoren wie der Zielfunktionsvektor \vec{f} oder der Parametervektor \vec{x} der Einfachheit halber ohne den Vektorpfeil dargestellt.

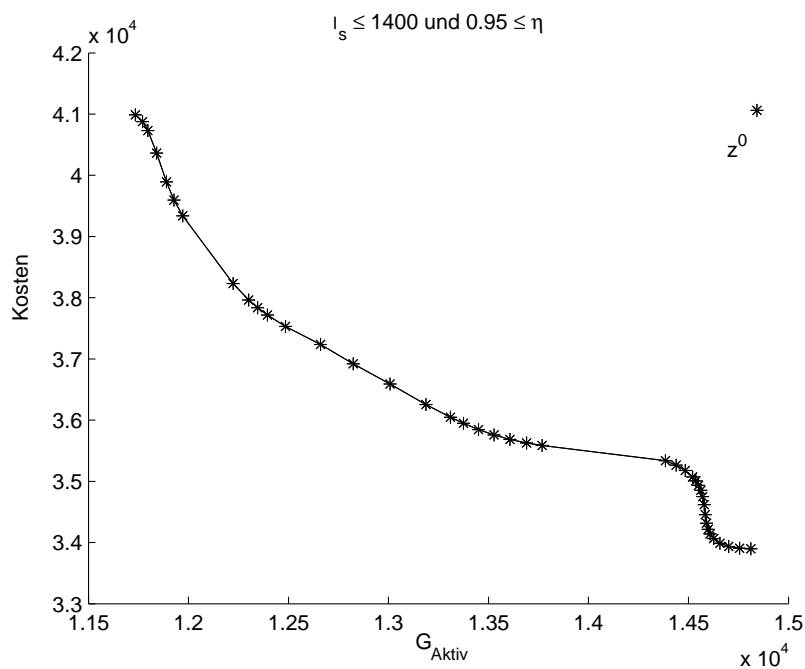
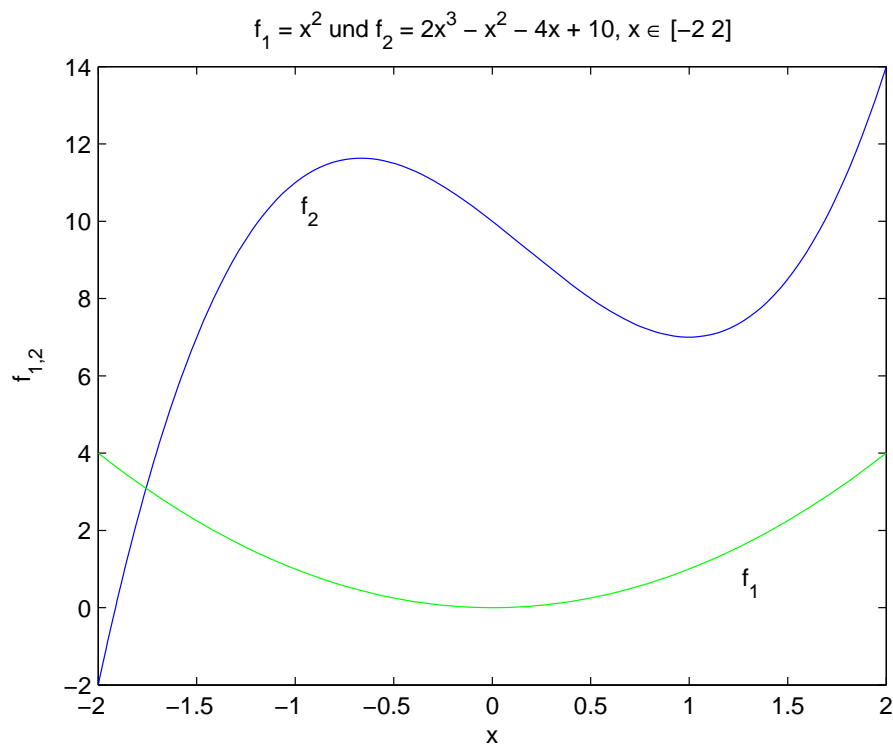
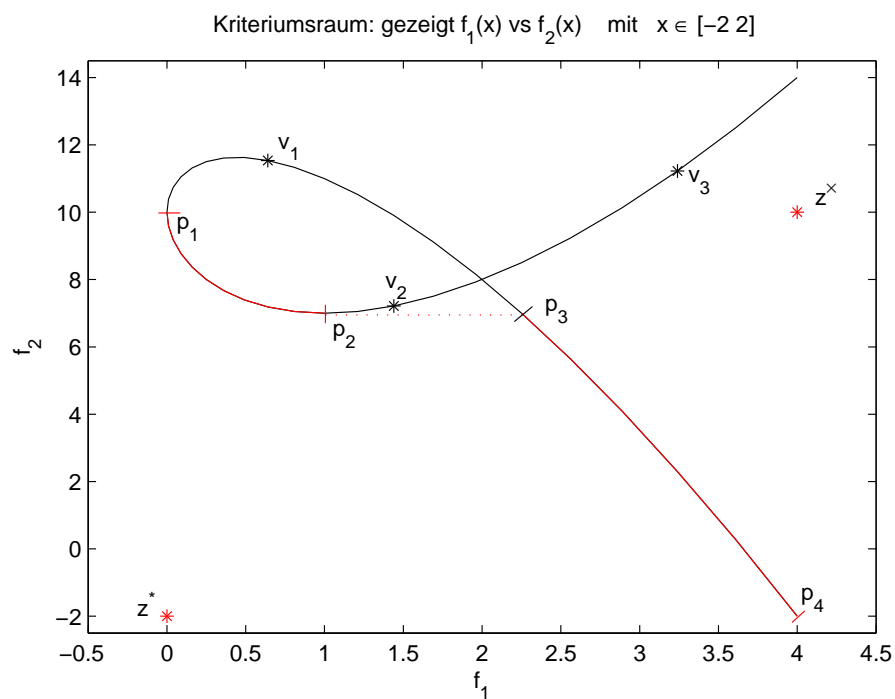


Abbildung 5.13.: Effiziente Menge von $Kosten$ und G_{Aktiv}

Definition 1 Für das Problem (5.2) gehören die Elemente x^* aus der zulässigen Menge X zur *Pareto Menge*, wenn sich die Werte einer der Zielfunktionen $f_i(x)$, $i = 1, \dots, m$ bei Variation des Parametervektors x in der Umgebung $x^* \in X$ verbessern, und sich gleichzeitig mindestens eine Zielfunktion $f_j(x)$, $j \neq i$ verschlechtert. Der zugehörige Vektor $f(x^*)$ heißt *nichtdominiert* oder *effizient*.

Zur Verdeutlichung dieser Definition sei hier ein Beispiel gegeben. Abbildung 5.14 zeigt die Graphen der zwei Funktionen $f_1(x) = x^2$ und $f_2(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 10$ die minimiert werden sollen. Abbildung 5.15 zeigt die zugehörige Menge der zulässigen Kriterienvektoren $Z := \{z \mid z = (f_1(x), f_2(x)), x \in X\}$. Die hervorgehobenen Abschnitte des Graphen in Abbildung 5.15, die durch $[p_1, p_2]$ und $[p_3, p_4]$ begrenzt sind, stellen die *nichtdominierte Menge* dar. Jedoch ist p_3 kein Element der *nichtdominierten Menge*, da der Punkt in f_2 -Richtung den gleichen Wert wie p_2 hat, p_2 aber einen besseren Wert in f_1 -Richtung vorweist. Für jeden der Punkte v_1, v_2 und v_3 kann mindestens ein Punkt gefunden werden, der in f_1 - und/oder f_2 -Richtung eine Verbesserung aufweist. Die Abbildung illustriert den Zielkonflikt zwischen den Zielfunktionen f_1 und f_2 .

Abbildung 5.14.: Graphen von f_1 und f_2 Abbildung 5.15.: Menge der zulässigen Kriterienvektoren und die nichtdominierte Menge von f_1 und f_2

Es sei angemerkt, dass

$$p_1 = \begin{pmatrix} f_1(\bar{x}) \\ f_2(\bar{x}) \end{pmatrix} \text{ die Lösung } \bar{x} \text{ des Problems}$$

$$\begin{array}{ll} \min & f_1(x) \\ \text{s.t.} & x \in X \end{array}$$

und

$$p_4 = \begin{pmatrix} f_1(\tilde{x}) \\ f_2(\tilde{x}) \end{pmatrix} \text{ die Lösung } \tilde{x} \text{ des Problems}$$

$$\begin{array}{ll} \min & f_2(x) \\ \text{s.t.} & x \in X. \end{array}$$

darstellt. Zwei andere interessante Punkte sind der *Utopia* Punkt z^* , dessen Koordinaten durch die individuellen Minima von f_1 und f_2 aus X und der *nadir* Punkt z^\times , dessen Koordinaten durch die respektiven Suprema von f_1 und f_2 aus der *nicht-dominierten* Menge N gegeben sind (siehe auch Definition 4 auf Seite 91).

5.4.1. Verschiedene Lösungsansätze für Multiple Kriterien

Wie findet man eine optimale Lösung zu dem in Gleichung (5.2) definierten Problem?

Bemerkung 1 Jedes Optimierungsproblem kann in ein Minimierungsproblem umformuliert werden, da jedes Maximierungsproblem auch mit

$$\max \{f(x) \mid x \in X\} = -\min \{-f(x) \mid x \in X\}, \quad (5.6)$$

angegeben werden kann. Aus diesem Grund wird im folgenden nur das Minimierungsproblem beschrieben.

Wie oben erwähnt, erreichen für gewöhnlich die m Zielfunktionen ihr individuelles Optimum nicht für den selben Parametervektor \vec{x} . Verschiedene Methoden, mit denen man bei mehreren Zielfunktionen die effiziente Menge bestimmen kann, werden nun aufgeführt.

Die meisten Ansätze skalarisieren den Zielfunktionsvektor. Zu den Methoden der Skalarisierung gehört z.B. die *Lineare Zielgewichtung* ([Sch02], in [Rus91] wird dies auch *Nutzenfunktionsproblem* genannt). Dabei werden die verschiedenen Zielfunktionen durch eine gewichtete Summe in eine Ersatzfunktion transformiert $f = w_1 f_1 + \dots + w_m f_m$. Dieses alternative Problem

$$\begin{aligned} \min \quad & w_1 f_1 + \dots + w_m f_m \\ \text{s.t.} \quad & x \in X \end{aligned} \tag{5.7}$$

bringt einen großen Nachteil mit sich, da vor der Optimierung die verschiedenen Gewichte definiert werden müssen. Das gefundene Ergebnis stellt zwar einen Punkt der *effizienten Menge* dar, gibt jedoch keinen Aufschluss über die Interaktion der verschiedenen Zielfunktionen.

Ein weiterer Lösungsansatz ist die Methode der Zielloptimierung ([Sch02], ähnlich dem Abstandsfunktionsproblem in [Rus91]). Dabei muss eine Zielvorstellung in einem Anspruchsniveauvektor \vec{z}_a definiert werden, der bestmöglich erfüllt werden soll.

$$\begin{aligned} \min \quad & (|f_1 - z_{a,1}|)^n + \dots + (|f_m - z_{a,m}|)^n \\ \text{s.t.} \quad & x \in X \end{aligned} \tag{5.8}$$

Die Wahl des Parameters n liefert verschiedene Definitionen des Abstands zwischen dem Anspruchsniveauvektor \vec{z}_a und der pareto-optimalen Lösung. Auch hier stellt das gefundene Ergebnis einen Punkt der *effizienten Menge* dar, gibt jedoch keinen Aufschluss über die Interaktion der verschiedenen Zielfunktionen.

Als letzter Lösungsansatz sei hier die Methode der Beschränkung ([Sch02]) oder Restriktionsformulierung ([Rus91]) genannt. Hier wird nur eine Zielfunktion gewählt und die restlichen Zielfunktionen als Restriktionsfunktionen aufgestellt.

$$\begin{aligned} \min \quad & f_i(x), \quad i \in \{1, \dots, m\} \\ \text{s.t.} \quad & x \in X \\ & f_j(x) \leq u_j, \quad j = 1, \dots, m, j \neq i \end{aligned} \tag{5.9}$$

Die bisher vorgestellten Ansätze beruhen auf der Voraussetzung, dass der Entscheidungsträger gewisse Vorstellungen davon hat, welche Lösung er sucht. Jeder Optimierungslauf liefert genau eine Lösung, die entweder akzeptiert werden kann oder verworfen wird. Durch Variation der Gewichte, Anspruchsniveauektoren oder Restriktionswerte kann der Verlauf der pareto-optimalen Menge nachgebildet werden. Diese Methode ist jedoch umständlich und aufwändig.

Einen besseren Ansatz bieten daher direktlösende Verfahren. In [Sch02] wurde ein solcher Ansatz basierend auf stochastischen Suchmethoden umgesetzt. „Die Grundidee des Verfahrens besteht darin, eine stetig wachsende Anzahl von Punkten schrittweise, durch gezielte stochastische Variation der Pareto-Menge der Aufgabe anzunähern. Als ein Punkt wird hier der Zielfunktionsvektor \vec{f} verstanden.“

Der Nachteil der in [Sch02] beschriebenen Methode ist, dass die *effiziente* Menge nur angenähert wird in Form einer wandernden Pareto-Front. Erst nach vielen Rechnungen kann eine Aussage über den Verlauf der *effizienten* Menge getroffen werden. Das hier vorgestellte Verfahren berechnet die Punkte der *effizienten Menge* direkt. Dabei muss über das Problem a priori nichts bekannt sein.

5.4.2. Mathematische Definitionen

In diesem Abschnitt werden mathematische Begriffe zur multikriteriellen Optimierung erklärt, die für den in dieser Arbeit beschriebenen Lösungsweg von Bedeutung sind (siehe auch [Ehr00]).

Definition 2 Die Untermenge X des *Entscheidungsraums* \mathbb{R}^n heißt *zulässige Menge*. Der *Kriterien-* oder *Zielraum* ist \mathbb{R}^m . $f(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x)) : X \rightarrow \mathbb{R}^m$ ist der *Kriterien-* oder *Zielfunktionsvektor* und $Z := f(X)$ bezeichnet die *Menge aller zulässigen Kriterienvektoren*.

Definitionen zur Pareto-Optimalität:

Definition 3

- Eine Lösung $x^* \in X$ heißt *Pareto-optimal*, wenn kein $x \in X$ existiert, so dass $f(x) < f(x^*)$.
- Die Menge aller pareto-optimalen Lösungen heißt X_{Par} , die *Pareto Menge*.
- x^* ist Pareto-optimal, dann heißt $f(x^*)$ *nichtdominiert* oder *effizient*.

- Die Menge aller nichtdominierten Punkte $y = f(x^*) \in Z$ mit $x^* \in X_{\text{Par}}$, heißt N , die *nichtdominierte Menge*.
- Ist $x^1, x^2 \in X$ und $f(x^1) < f(x^2)$, so sagt man x^1 *dominiert* x^2 und $f(x^1)$ *dominiert* $f(x^2)$.

In Abbildung 5.15 auf Seite 87 dominiert z.B. p_2 die Punkte p_3 , v_2 und v_3 . Abbildungen 5.16 und 5.17 zeigen ein Beispiel für die *nichtdominierte Menge* N und die Menge der zulässigen Kriterienvektoren Z für ein konvexes und ein nicht konvexes Optimierungsproblem.

Definition 4 Der Punkt $z^* = (z_1^*, \dots, z_m^*) \in \mathbb{R}^m$ mit $z_i^* = \min \{f_i(x) : x \in X\}$ $i = 1, \dots, m$ heißt *Utopia* (idealer) Kriterienvektor.

Der Punkt $z^\times = (z_1^\times, \dots, z_m^\times) \in \mathbb{R}^m$ gegeben durch $z_i^\times := \sup_{x \in X_{\text{Par}}} f_i(x) = \sup_{z \in N} z_i$, $i = 1, \dots, m$ heißt *nadir* Kriterienvektor.

Siehe auch Abbildung 5.15 und 5.17 für ein Beispiel der Positionen des *nadir* and *Utopia* Punktes.

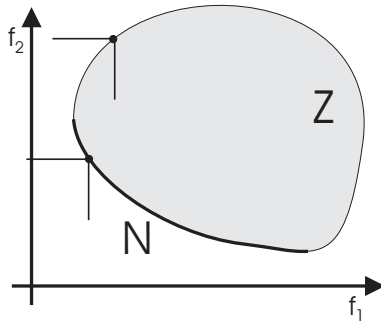


Abbildung 5.16.: Konvexes Optimierungsproblem

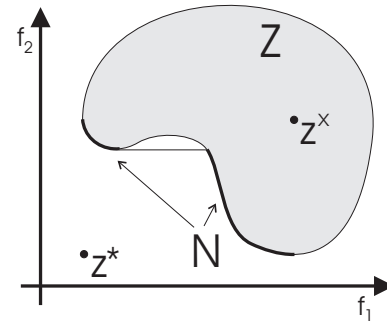


Abbildung 5.17.: Nicht konvexes Optimierungsproblem

Bemerkung 2 Bei der Approximation der *nichtdominierten* Menge nach der in Abschnitt 5.5.1 beschriebenen Methode ist es notwendig, den *Nadir* Punkt zu kennen. Für bikriterielle Probleme ($m = 2$) ist der *Nadir* Punkt gegeben durch

$$z_i^\times = \min \left\{ f_i(\bar{x}) : f_j(\bar{x}) = \min_{x \in X} f_j(x), i \neq j \right\}, \quad i = 1, 2, \quad (5.10)$$

eine a priori Kenntnis von N oder X_{Par} ist demnach nicht notwendig. z^\times kann

exakt berechnet werden, indem das Minimum von f_1 aus allen $x \in X$, welche f_2 minimieren, gefunden wird und umgekehrt ([SKW01]).

In multikriteriellen Problemen ($m > 2$) ist es schwierig, den *Nadir* Punkt zu berechnen, da seine Definition X_{Par} , die Pareto Menge benötigt. Die Heuristik zusammen mit *pay-off* Tabellen können benutzt werden, um z^\times zu finden ([Ehr00]), eine andere Herangehensweise ist in [SKW02] beschrieben.

Für Definitionen und weitere Details über topologische Konzepte wie Normen, Abgeschlossenheit, Beschränktheit, Kompaktheit etc. sei der Leser an [For84] verwiesen.

5.5. Lösungsstrategie

Dieses Kapitel beschreibt, wie die *effiziente* Menge bei bi- und multikriteriellen Optimierungsproblemen angenähert werden kann. Dabei muss zwischen dem bi- und multikriteriellen Optimierungsproblem unterschieden werden (siehe Bemerkung 2 auf der vorherigen Seite). Aus optischen Darstellungsgründen wird die Betrachtung in diesem Abschnitt jedoch auf zwei Zielfunktionen (auch für den multikriteriellen Optimierungsalgorithmus) beschränkt. Die Betrachtung eines multikriteriellen Generatoroptimierungsproblems mit mehr als zwei Zielfunktionen zeigt Kapitel 6.

Die effiziente Menge wird von innen heraus stückweise linear angenähert. Dabei kann über die Qualität der Annäherung mit Hilfe eines Maßes eine Aussage getroffen werden. Im Verlauf der Prozedur wird dieses Maß stetig verbessert und somit die Annäherung in der Umgebung detaillierter vorangetrieben, wo die Notwendigkeit am meisten besteht. Ein Abschnitt der effizienten Menge der annähernd linear ist, muss nicht mit so vielen Punkten approximiert werden, wie ein Abschnitt, der eine starke Krümmung aufweist. In Abbildung 5.15 auf Seite 87 z.B. benötigt der Abschnitt der effizienten Menge zwischen p_3 und p_4 keine so detaillierte Approximation wie der Abschnitt zwischen p_1 und p_2 , um den Verlauf der effizienten Menge gut zu beschreiben.

5.5.1. Approximation der effizienten Menge für bikriterielle Optimierung

Betrachten wir ein bikriterielles Optimierungsproblem der Form (5.2) mit $m = 2$. Die stückweise linear angenäherte effiziente Menge kann durch nebeneinanderliegende Kegel beschrieben werden, die von jeweils zwei Punkten der effizienten Menge und einem gemeinsamen Referenzpunkt aufgespannt werden. Dabei ist ein Kegel

bei dem der Referenzpunkt im Ursprung liegt nach Definition 5 definiert.

Definition 5 Eine Menge $C \subset \mathbb{R}^m$ wird *Kegel* (cone) genannt, wenn für alle $z \in C$ gilt $\alpha z \in C$ für alle $\alpha \geq 0$. Ein Kegel aufgespannt von $c^1, c^2 \in \mathbb{R}^m$ wird beschrieben durch

$$\text{Kegel}(\{c^1, c^2\}) := \{z \in \mathbb{R}^m \mid z = \lambda_1 c^1 + \lambda_2 c^2 \text{ and } \lambda_i \geq 0, i = 1, 2\}. \quad (5.11)$$

Des weiteren sei der Begriff *oblique Norm* nach Definition 6 definiert.

Definition 6

- Eine *Einheitskugel* $B := \{z \in \mathbb{R}^m \mid \gamma(z) = 1\}$ einer Norm γ ist die Menge aller Punkte mit der Norm 1.
- Eine Norm $\gamma : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ wird *Blocknorm* genannt, wenn sie eine *polyhetrale* Einheitskugel besitzt, der symmetrisch zum Ursprung ist. Die Einheitskugel wird polyhedral genannt, wenn sie durch die Schnittmenge endlich vieler geschlossener Halbräume in \mathbb{R}^m beschrieben werden kann.
- Eine Blocknorm $\gamma : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ mit der Einheitskugel B wird *oblique* genannt, wenn sie die folgenden Eigenschaften besitzt:
 1. Zwei Punkte, deren Komponenten jeweils die selben absoluten Werte besitzen, haben die selbe Distanz vom Ursprung in Bezug auf γ .
 2. Für einen Punkt z auf dem Rand ∂B der Einheitskugel der Norm im ersten Quadranten gilt $(z - \mathbb{R}_{\geq}^m) \cap \mathbb{R}_{\geq}^m \cap \partial B = \{z\}$.

Eine oblique Norm ist nicht nur symmetrisch zum Ursprung, sondern auch symmetrisch zu den Koordinatenachsen und kein Segment des Randes der Einheitskugel ist parallel zu einer der Koordinatenachsen. Ein Beispiel einer obliquen Norm ist in Abbildung 5.18 dargestellt.

Der *fundamentale Kegel* einer obliquen Norm ist ein Kegel, der von zwei benachbarten extremen Punkten der Einheitskugel B aufgespannt wird. Ein Beispiel für solch einen Kegel ist in Abbildung 5.19 dargestellt.

Das Prinzip der obliquen Norm wird nun verwendet, um in Bezug auf einen Referenzpunkt z^0 effiziente Punkte zu berechnen. Damit schreibt man in Definition 5 $z = z^0 + \lambda_1 c^1 + \lambda_2 c^2$. Die Prozedur, die in diesem Abschnitt beschrieben wird,

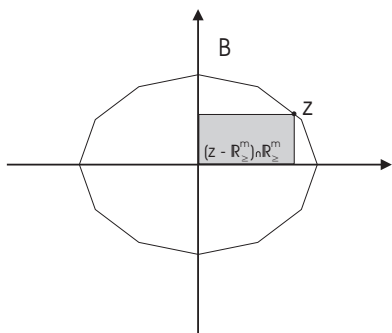


Abbildung 5.18.: Beispiel einer Einheitskugel B einer obliquen Norm

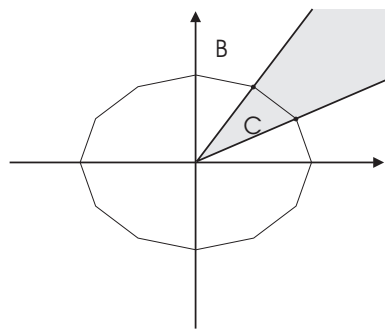


Abbildung 5.19.: Ein fundamentaler Kegel einer obliquen Norm

produziert von dem Teil der effizienten Menge eine Approximation, der sich im Gebiet links unterhalb des Referenzpunkt z^0 befindet. Im konvexen Fall wird die effiziente Menge der Einheitskugel B_{z^0} einer obliquen Norm in $z^0 - \mathbb{R}_{\geq}^2$ angenähert. Abbildung 5.20 zeigt eine mögliche Approximation durch eine Einheitskugel B_{z^0} .

Die Position des Referenzpunktes ist demnach idealerweise rechts oberhalb der effizienten Menge, da der Algorithmus seine Suche auf das Gebiet links unterhalb des Referenzpunktes beschränkt. Um eine Approximation der gesamten effizienten Menge zu erhalten, ist eine gute Wahl für z^0 der Nadir Punkt z^\times , der im bikriteriellen Optimierungsproblem nach Bemerkung 2 auf Seite 91 einfach berechnet werden kann.

Der Referenzpunkt z^0 kann jedoch auch willkürlich gewählt werden (siehe Abbildung 5.21), was zu einer Approximation einer Teilmenge der effizienten Menge führt, insofern der Referenzpunkt innerhalb der Menge Z gewählt wird. Dies ist insbesondere dann von Vorteil, wenn man nur an dem Bereich der effizienten Menge interessiert ist, wo die zwei Zielfunktionen eine obere Schranke nicht überschreiten oder wenn man sich einen bestimmten Teil der effizienten Menge genauer anschauen will. Beispiele dafür sind in Kapitel 5.6.2 aufgeführt.

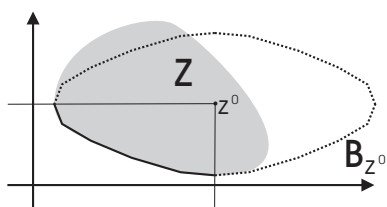


Abbildung 5.20.: Einheitskugel B_{z^0} zugehörig zu einer möglichen Approximation der effizienten Menge von Z

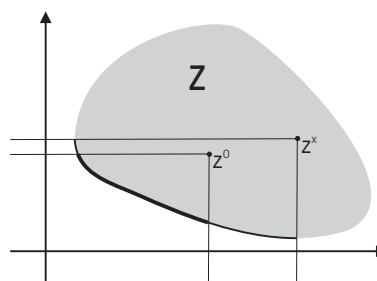


Abbildung 5.21.: Einfluss von z^0 auf den Bereich der Approximation der effizienten Menge

Bevor die einzelnen Schritte des Optimierungsalgorithmus beschrieben werden, wird noch die Definition für das *lexikographische Minimum* und für die p -Norm eingeführt.

Definition 7

Die *lexikographische* Minimierung zweier Funktionen bedeutet, dass die erste Funktion priorisiert wird. Die Lösung \bar{x} des Problems

$$\begin{aligned} \text{lex min} \quad & (g(x), h(x)) \\ \text{s.t.} \quad & x \in X \end{aligned}$$

wird berechnet, indem zuerst die Funktion g minimiert und unter allen $x \in X$, für die g einen minimalen Wert einnimmt, die Lösung ausgewählt wird, für die h minimal ist. Die Lösung \bar{x} wird *lexikographisches Minimum* genannt. Das *lexikographische Maximum* wird analog definiert.

Definition 8

Eine p -Norm $\|\cdot\|_p$ mit $p \geq 1$ aus den ganzen Zahlen ist gegeben durch

$$\|x\|_p := \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}, x \in \mathbb{R}^n.$$

Die zwei Spezialnormen *1-Norm* und *Maximum-Norm* sind gegeben durch

$$\begin{aligned} \|x\|_1 &:= |x_1| + |x_2| + \dots + |x_n| \\ \text{und } \|x\|_\infty &:= \max \{|x_1|, |x_2|, \dots, |x_n|\}, \end{aligned}$$

mit $x \in \mathbb{R}^n$.

Eine gewichtete Norm wird folgend berechnet:

$$\|x\|_p^\omega := \left\| \begin{pmatrix} x_1\omega_1 \\ x_2\omega_2 \\ \vdots \\ x_n\omega_n \end{pmatrix} \right\|_p \quad \text{mit } \sum_{i=1}^n \omega_i = 1, \omega \geq 0 \text{ und } x, \omega \in \mathbb{R}^n.$$

Der Benutzer hat die Möglichkeit, den Referenzpunkt z^0 frei zu wählen. Gibt er diesen Punkt nicht vor, so wird für z^0 der Nadir Punkt z^\times gewählt, der nach (5.10)

wie folgt berechnet wird:

$$\begin{array}{ll} \min & f_1(x) \\ \text{s.t.} & x \in X, \end{array}$$

ergibt das Optimum \bar{x} .

$$\begin{array}{ll} \min & f_2(x) \\ \text{s.t.} & f_1(x) = f_1(\bar{x}) \\ & x \in X, \end{array}$$

ergibt das Optimum \bar{x}^* .

Nach (5.10) ist die zweite Koordinate des Nadir Punktes $z_2^\times = f_1(\bar{x}^*)$. Damit bestimmt sich der zweite Punkt des ersten Fundamentalkegels zu $z^2 = (f_1(\bar{x}^*), f_2(\bar{x}^*))$. Die erste Koordinate des Nadir Punktes erhält man mit

$$\begin{array}{ll} \min & f_2(x) \\ \text{s.t.} & x \in X, \end{array}$$

welches das Optimum \hat{x} ergibt.

$$\begin{array}{ll} \min & f_1(x) \\ \text{s.t.} & f_2(x) = f_2(\hat{x}) \\ & x \in X, \end{array}$$

ergibt das Optimum \hat{x}^* . Damit bestimmt sich die erste Koordinate des Nadir Punktes zu $z_1^\times = f_2(\hat{x}^*)$. Der zweite Punkt des ersten Fundamentalkegels ist demzufolge $z^1 = (f_1(\hat{x}^*), f_2(\hat{x}^*))$.

Wird der Referenzpunkt z^0 vorgegeben, so bestimmen sich die ersten zwei Punkte der nicht dominierten Menge mit Hilfe der RICHTUNGSMETHODE.

RICHTUNGSMETHODE:

$$\begin{aligned}
 \text{lex max} \quad & (\alpha, \|q\|_p) \\
 \text{s.t.} \quad & \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix} = z^0 + \alpha d + q \\
 & q \leq 0 \\
 & x \in X
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Dabei setzen wir $p = 1$ und erhalten die Norm $\|q\|_1$. Wendet man diese Methode auf zwei verschiedene Suchrichtungen d^1 und d^2 an⁴, so erhält man zwei nichtdominierte Punkte z^1 und z^2 als Lösung, die für die Definition des ersten Fundamentalkegels verwendet werden können.

Die RICHTUNGSMETHODE findet zuerst einen Punkt mit dem maximalen Abstand α von z^0 in der Richtung d , während ein Vektor $q \in -\mathbb{R}_{\geq}^2$ existiert, so dass $\alpha d + q$ in der Menge der zulässigen Kriterienvektoren liegt (siehe Abbildung 5.22). Danach wird unter allen Punkten mit dem gleichen maximalen Abstand α_{fix} derjenige mit der maximalen Norm $\|q\|_p$ ausgewählt (siehe Abbildung 5.23). Dieser Punkt ist nicht dominiert.

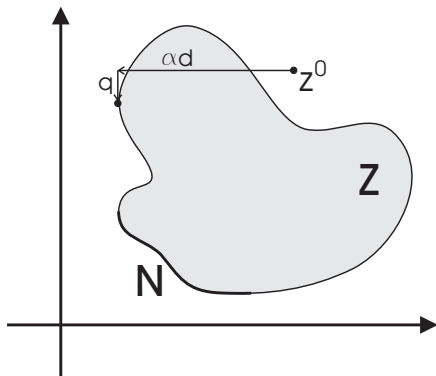


Abbildung 5.22.: Ein mögliches Resultat aus SCHRITT 1 der RICHTUNGSMETHODE

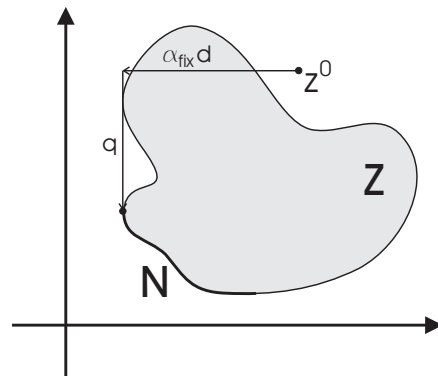


Abbildung 5.23.: SCHRITT 2 der RICHTUNGSMETHODE

Durch Umformulierung von (5.12) erhält man:

⁴beide Vektoren in $-\mathbb{R}_{\geq}^2$, z.B. $d^1 = (-1, 0)$ und $d^2 = (0, -1)$

- SCHRITT 1:

$$\begin{aligned}
& \min -\alpha \\
& \text{s.t. } 0 \leq q \\
& \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix} = z^0 + \alpha d - q \\
& x \in X
\end{aligned}$$

Das resultierende α wird fixiert und α_{fix} genannt. Mit der 1-Norm erhält man

- SCHRITT 2:

$$\begin{aligned}
& \min -(q_1 + q_2) \\
& \text{s.t. } 0 \leq q \\
& \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix} = z^0 + \alpha_{\text{fix}} d - q \\
& x \in X.
\end{aligned}$$

Nachdem so der erste Fundamentalkegel konstruiert ist, kann nun die Approximation der effizienten Menge schrittweise angenähert werden. Dabei wird zwischen konvexen und nicht konvexen Problemen unterschieden. Da die Form des Problems vorher oft nicht bekannt ist, wird zuerst von einem konvexen Problem ausgegangen und wenn der Algorithmus keine Lösung findet, nach einer nicht konvexen Lösung gesucht.

Für ein konvexes Problem wird die NORMMETHODE aus [SKW01] verwendet, bei der die oblique Norm zum Einsatz kommt. Dabei wird innerhalb eines Kegels ein Punkt der effizienten Menge gesucht, der die größte Abweichung zur linearen Approximation zwischen den Eckpunkten dieses Kegels hat. Dies wird für alle Kegel durchgeführt und der Kegel, der den Punkt mit der größten Abweichung besitzt, wird von diesem Punkt in zwei neue Kegel unterteilt. Abbildung 5.24 verdeutlicht diesen Prozess. Der Anfangskegel ist durch z^1 und z^2 gegeben und der Punkt der schlechtesten Annäherung ist z^3 . Durch wiederholtes Konstruieren neuer Kegel, indem der Punkt mit der momentan schlechtesten Abschätzung aller Kegel hinzugefügt wird (z^4), wird die effiziente Menge zunehmend feiner approximiert.

NORMMETHODE:

$$\max \quad \lambda_i + \lambda_j \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix} = z^0 + \lambda_i z^i + \lambda_j z^j \\ & 0 \leq \lambda_i, \lambda_j \\ & 1 \leq \lambda_i + \lambda_j \\ & x \in X. \end{aligned}$$

Für ein bikriterielles Problem sei z^i und z^j zwei nichtdominierte Punkte in der Menge der zulässigen Kriterienvektoren Z und $z^0 \in Z + \mathbb{R}_{\geq}^2$. Die Lösung der NORMMETHODE ist ein nichtdominierter Punkt in Z und im Kegel, der durch z^i und z^j (in Bezug auf z^0) aufgespannt wird. Die ersten zwei Restriktionen schränken die Optimierung auf diesen Kegel ein. Die Maximierung von $\lambda_i + \lambda_j$ ergibt den nichtdominierten Punkt \bar{z} , der zu diesem Zeitpunkt der Punkt der schlechtesten Approximation in diesem Kegel in Bezug zur Norm ist. Nur Lösungen mit $1 \leq \lambda_i + \lambda_j$ sind von Interesse, wird eine Lösung mit $\lambda_i + \lambda_j < 1$ gefunden bedeutet dies, dass ein nicht konvexes Gebiet in diesem Kegel existiert, worauf weiter unten eingegangen wird.

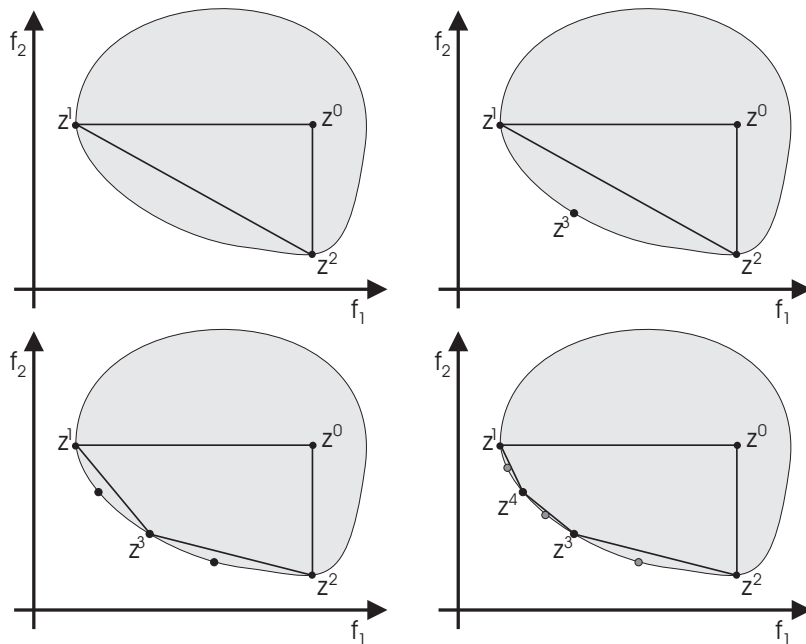


Abbildung 5.24.: Approximierung der nicht dominierten Menge N mit der NORMMETHODE

Hat die NORMMETHODE keine Lösung gefunden, so wird mit Hilfe der TCHEBY-CHEFFMETHODE⁵ nach einer nicht konvexen Lösung gesucht. Dies ist eine 2-Schritt Prozedur aus [SC83], welche garantiert, einen nicht dominierten Punkt zu finden.

TCHEBYCHEFFMETHODE:

$$\begin{aligned} \text{lex min} \quad & (\|z - \tilde{z}^*\|_\infty^\omega, \|z - \tilde{z}^*\|_1) \\ \text{s.t.} \quad & \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix} = z^0 + \lambda_i z^i + \lambda_j z^j \\ & 0 \leq \lambda_i, \lambda_j \\ & x \in X. \end{aligned} \tag{5.14}$$

Die ersten zwei Restriktionen beschränken die Optimierung auf den aktuellen Kegel. Die Gewichte ω werden so gewählt, dass der Optimierungsprozess entlang des Pfades zwischen dem lokalen Utopia Punkt \tilde{z}^* und dem lokalen Nadir Punkt \tilde{z}^\times geleitet wird, wie in Abbildung 5.25 zu sehen ist. Der lokale Utopia Punkt \tilde{z}^* und der lokale Nadir Punkt \tilde{z}^\times werden gewählt als

$$\tilde{z}^* = \begin{pmatrix} z_1^i \\ z_2^j \end{pmatrix} \text{ und } \tilde{z}^\times = \begin{pmatrix} z_1^j \\ z_2^i \end{pmatrix},$$

wobei z^i und z^j gegen den Uhrzeigersinn geordnet werden. Die Gewichte ω sind gegeben durch

$$\omega_i = \frac{\tilde{z}_i^\times}{\tilde{z}_i^*}, i = 1, 2. \tag{5.15}$$

Die Gewichte ω erfüllen nicht $\sum_{i=1}^2 \omega_i = 1$, wie in Definition 8 gefordert wurde. Man könnte die Gewichte umskalieren, in der Praxis hat sich jedoch gezeigt, dass dies nicht notwendig ist.

Die ersten zwei Restriktionen auf dem Kegel in Gleichung (5.14), können durch die Kondition

$$\tilde{z}^* \leq \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix} \leq \tilde{z}^\times. \tag{5.16}$$

substituiert werden. Dies ist möglich, da das Gebiet zwischen \tilde{z}^* und \tilde{z}^\times innerhalb des Kegels liegt. Eine Lösung \bar{z} , welche nicht diese Bedingung erfüllt, deutet auf eine unzusammenhängende nicht dominierte Menge hin. Dies wird in Abbildung 5.27 gezeigt. Jede Lösung in dem schraffierten Gebiet wird unter anderem von z^1 und z^2 dominiert. Die Optimierung in SCHRITT 1 läuft auf der Linie zwischen dem lokalen Utopia und dem lokalen Nadir Punkt, jedoch werden nur dominierte Punkte rechts des lokalen Nadir Punktes gefunden. Restriktion (5.16) schliesst solch eine

⁵lexikographisch gewichtetes Tchebycheff Programm

Lösung a priori aus.

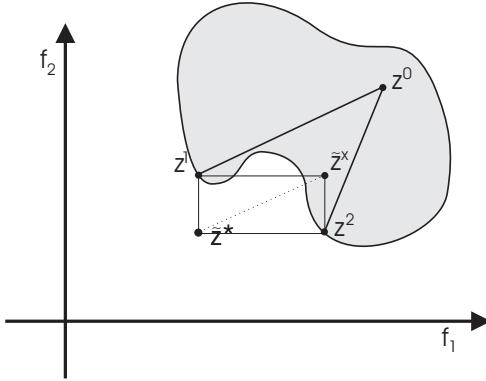


Abbildung 5.25.: Setup für Tchebycheff Approximation

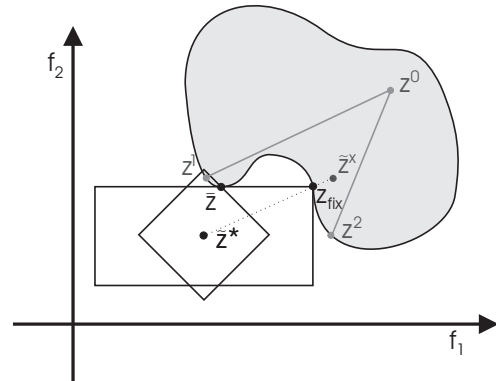


Abbildung 5.26.: Max-Norm und 1-Norm in TCHEBYCHEFF METHODE

Abbildung 5.28 zeigt, wie der erste Schritt (SCHRITT 1) der Optimierung $\min \|z - \tilde{z}^*\|_\infty^\omega$ einen nicht dominierten Punkt als Lösung in Bezug auf die Max-Norm findet. Wenn der erste Schritt der Optimierung jedoch einen dominierten Punkt z_{fix} als Lösung zurück gibt (Abbildung 5.25), dann produziert der zweite Schritt (SCHRITT 2) einen nicht dominierten Punkt \tilde{z} , der am nächsten zum lokalen Utopia Punkt in Bezug auf die 1-Norm ist (siehe Abbildung 5.26).

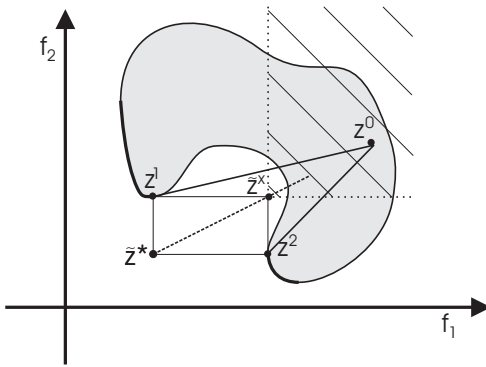


Abbildung 5.27.: Einschränkung des Suchgebietes durch \tilde{z}^* und \tilde{z}^x

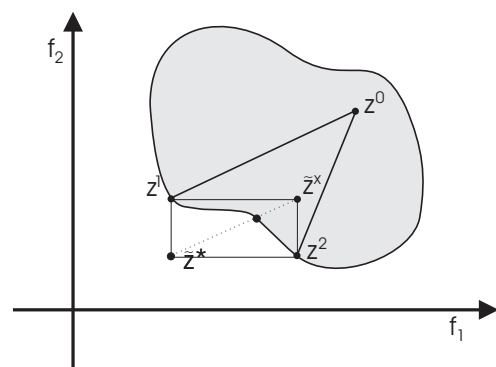


Abbildung 5.28.: Max-Norm in TCHEBYCHEFF METHODE

Um (5.14) zu lösen wird die gewichtete Maximumnorm umgeschrieben

$$\begin{aligned} \|z - \tilde{z}^*\|_\infty^\omega &= \max \{ |(z_1 - \tilde{z}_1^*)\omega_1|, |(z_2 - \tilde{z}_2^*)\omega_2| \} \\ &= \max \{ (z_1 - \tilde{z}_1^*)\omega_1, (z_2 - \tilde{z}_2^*)\omega_2 \} \\ \text{mit } z_i &\geq \tilde{z}_i^* \Leftrightarrow z_i - \tilde{z}_i^* \geq 0 \text{ und } \omega_i \geq 0, i = 1, 2 \end{aligned} \tag{5.17}$$

und führt damit zu der Formulierung von Schritt 1:

- SCHRITT 1:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \alpha \\
 \text{s.t.} \quad & \alpha \geq (f_1(x) - \tilde{z}_1^*)w_1 \\
 & \alpha \geq (f_2(x) - \tilde{z}_2^*)w_2 \\
 & \tilde{z}^* \leq \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix} \leq \tilde{z}^\times \\
 & x \in X.
 \end{aligned} \tag{5.18}$$

Das Ergebnis z von Schritt 1 sei z_{fix} . Umformulierung der 1-Norm ergibt

$$\begin{aligned}
 \|z - z^*\|_1 &= |z_1 - \tilde{z}_1^*| + |z_2 - \tilde{z}_2^*| \\
 \text{mit } z_i &\geq \tilde{z}_i^* \Leftrightarrow z_i - \tilde{z}_i^* \geq 0, \quad i = 1, 2 \\
 &\Rightarrow (z_1 - \tilde{z}_1^*) + (z_2 - \tilde{z}_2^*) \geq 0 \\
 &\Rightarrow z_1 + z_2 - (\tilde{z}_1^* + \tilde{z}_2^*) \geq 0 \\
 &z_1 + z_2 - (\tilde{z}_1^* + \tilde{z}_2^*).
 \end{aligned}$$

Der konstante Term $(\tilde{z}_1^* + \tilde{z}_2^*)$ kann dabei weggelassen werden. Falls das Ergebnis von SCHRITT 1 ein dominierter Punkt ist, produziert SCHRITT 2 einen nicht dominierten Punkt. Die zusätzliche Restriktion (5.20) schränkt die Prozedur auf die Punkte ein, die möglicherweise z_{fix} dominieren könnten.

- SCHRITT 2:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & f_1(x) + f_2(x) \\
 \text{s.t.} \quad & \tilde{z}^* \leq \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix} \leq \tilde{z}^\times \\
 & \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix} \leq z_{\text{fix}} \\
 & x \in X.
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

$$\begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix} \leq z_{\text{fix}} \tag{5.20}$$

Da $z_{\text{fix}} \leq \tilde{z}^\times$ (z_{fix} ist eine Lösung von SCHRITT 1), kann dies vereinfacht werden zu:

$$\begin{aligned} \min \quad & f_1(x) + f_2(x) \\ \text{s.t.} \quad & \tilde{z}^* \leq \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix} \leq z_{\text{fix}} \\ & x \in X. \end{aligned}$$

Im Verlauf des Algorithmus werden nun so viele Kegel erzeugt, bis die gewünschte Anzahl an Kegeln `maxConeNo` oder die gewünschte Genauigkeit (Abweichung $dev(\bar{z}) \leq \epsilon$) erreicht ist. Dabei ist die Abweichung gegeben mit

$$dev(\bar{z}) = |\lambda_i + \lambda_j - 1|. \quad (5.21)$$

Bei der NORMMETHODE ist der Wert der Norm $\lambda_i + \lambda_j$ Ergebnis der optimierten Zielfunktion. Bei der TCHEBYCHEFFMETHODE berechnet sich die Norm mit

$$\lambda_i = \frac{\bar{z}_1^t \cdot z_2^{j\ t} - \bar{z}_2^t \cdot z_1^{j\ t}}{z_1^{i\ t} \cdot z_2^{j\ t} - z_1^{j\ t} \cdot z_2^{i\ t}}$$

$$\lambda_j = \frac{\bar{z}_2^t \cdot z_1^{i\ t} - \bar{z}_1^t \cdot z_2^{i\ t}}{z_1^{i\ t} \cdot z_2^{j\ t} - z_1^{j\ t} \cdot z_2^{i\ t}}.$$

Dabei bedeutet das hochgestellte t , dass die Punkte in ein Koordinatensystem mit Ursprung z^0 transformiert wurden.

5.5.2. Approximation der effizienten Menge für multikriterielle Optimierung

Grundsätzlich ist es möglich, den vorgestellten Algorithmus analog auf multikriterielle Probleme, d.h. für mehr als zwei Zielfunktionen ($m > 2$), zu erweitern. Dieser Ansatz ist in [SKW02] beschrieben, zieht aber einige Schwierigkeiten nach sich, da zum einen der Nadir Punkt nicht mehr exakt bestimmt werden kann (Bemerkung 2 auf Seite 91) und für die Einheitskugel B eine konvexe Hülle bestimmt werden muss. Zudem ist im mehrdimensionalen Raum der Umgang mit Kegeln schwieriger.

Der Algorithmus für nicht konvexe Optimierungsprobleme, wie er in [KTW02] beschrieben ist, umgeht diese Probleme, indem er nur die TCHEBYCHEFFMETHODE verwendet und die Approximation der nicht dominierten Menge anstatt in *Kegel* in

Boxen aufteilt. Die Vorgehensweise des Algorithmus ist für zwei Zielfunktionen in Abbildung 5.29 dargestellt. Sie ist ähnlich wie für die Prozedur der bikriteriellen Optimierung, beschrieben in Abschnitt 5.5.1.

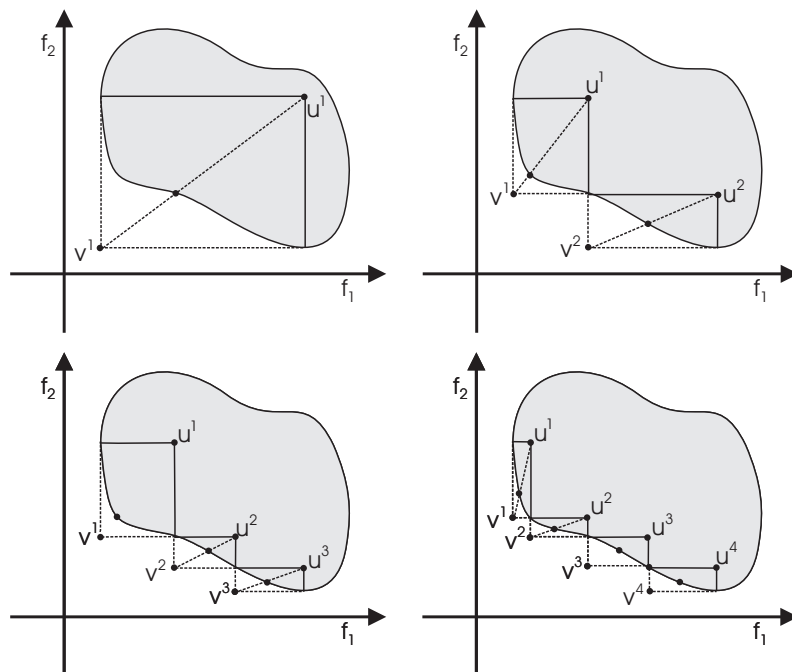


Abbildung 5.29.: Prozedur der Approximation einer nicht konvexen Menge

Wird vom Benutzer kein Referenzpunkt vorgegeben, muss im ersten Schritt der Nadir Punkt berechnet werden, welcher für Optimierungsprobleme mit mehr als zwei Zielfunktionen nur mit heuristischen Mitteln abgeschätzt werden kann.

NADIR HEURISTIK:

$$\min f_i(x) \quad , i = 1 \dots m \quad (5.22)$$

Der Vektor \bar{x}_i sei der Vektor für optimales f_i . Mit

$$P_{i,j} = f_j(\bar{x}_i) \quad , i, j = 1 \dots m \quad (5.23)$$

wird der Nadir Punkt z^\times abgeschätzt durch

$$z_j^\times = \max(P_{1,j}, \dots, P_{m,j}) \quad j = 1 \dots m \quad (5.24)$$

Im Verlauf des Algorithmus werden nun so viele Boxen erzeugt, bis die gewünschte Anzahl an Boxen `maxBoxNo` oder die gewünschte Genauigkeit (Abweichung $dev(\bar{z}) \leq$

$1 + \epsilon$) erreicht ist. Dabei ist die Abweichung gegeben mit

$$dev(\bar{z}) = \min \lambda_i, i = 1 \dots m \quad (5.25)$$

$$\text{mit } \lambda_i = \frac{\bar{z}_i - z_i^0}{\bar{z}_i^x - z_i^0}.$$

Dies bedeutet, dass in der Box neue Boxen erzeugt werden, bei der das kleinste Verhältnis der Koordinaten des Punktes \bar{z} mit dem lokalen Nadir Punkt \bar{z} am größten ist. In Abbildung 5.30 heißt das veranschaulicht, dass je weiter der Punkt \bar{z} in einer Koordinate i von der entsprechenden Koordinate des Punktes \bar{z} relativ zu z^0 gesehen entfernt ist, desto größer ist die Abweichung $dev(\bar{z})$ und desto eher wird diese Box weiter unterteilt (siehe auch Abbildung 5.29).

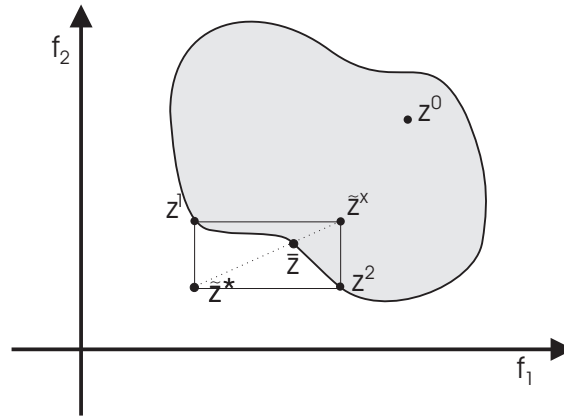


Abbildung 5.30.: Setup einer Box mit lokalem Nadir und Utopia Punkt und Punkt der nicht dominierten Menge auf der Suchdiagonalen

Abbildung 5.31 bzw. 5.33 zeigt die approximierte nicht dominierte und nicht konvexe bzw. konvexe Menge zweier unterschiedlicher Optimierungsprobleme, die mit dem multikriteriellen Optimierungsalgorithmus, der in diesem Abschnitt beschrieben ist, erstellt wurde. Die dazugehörigen Boxen mit den jeweiligen Kandidaten mit der größten Abweichung ist in Abbildung 5.32 bzw. 5.34 dargestellt.

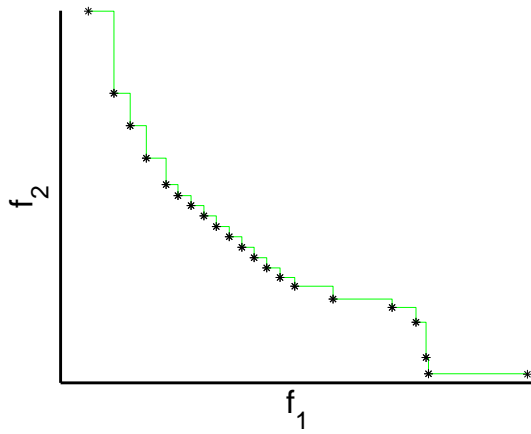


Abbildung 5.31.: Approximation einer nicht konvexen Menge

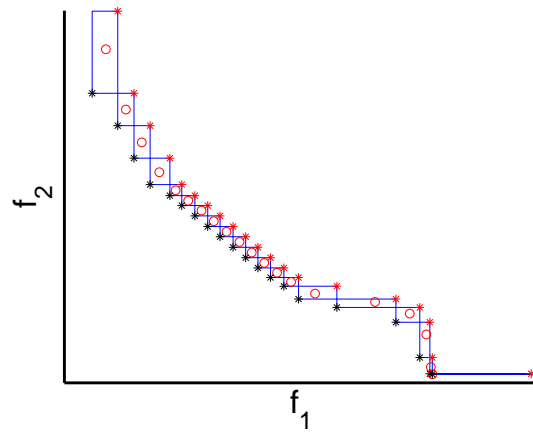


Abbildung 5.32.: Boxen mit ihren Kandidaten einer nicht konvexen Menge

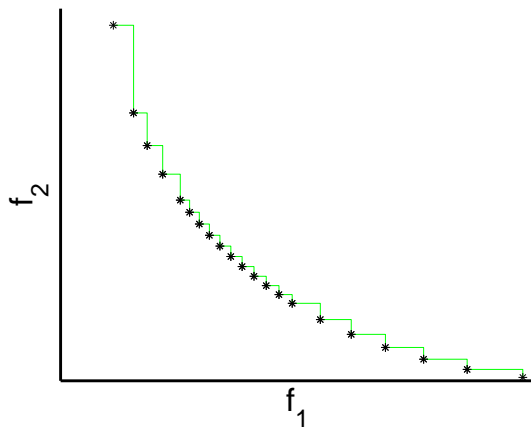


Abbildung 5.33.: Approximation einer konvexen Menge

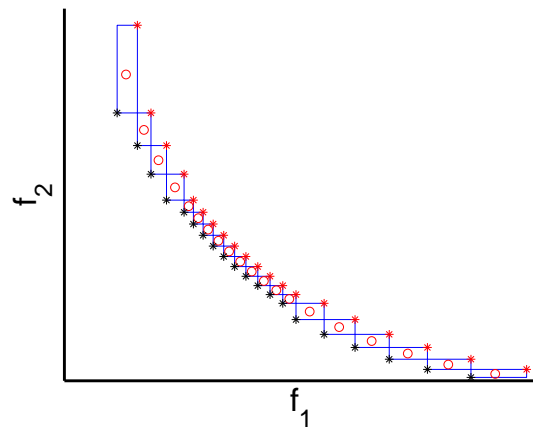


Abbildung 5.34.: Boxen mit ihren Kandidaten einer konvexen Menge

5.5.3. Globale Optimierung

Die Gefahr, dass bei dem Generatoroptimierungsproblem lokale Optima existieren, ist ein wichtiger Punkt, der noch nicht behandelt wurde. Leider existiert kein Kriterium, welches eine Aussage treffen kann, ob ein Optimum global ist oder nicht.

Um die *effiziente* Menge mit der dazugehörigen *Pareto* Menge für die in dieser Arbeit beschriebenen Generatoroptimierungsprobleme nach der hier dargestellten Methode zu approximieren, müssen verschiedene Sub-Optimierungsprobleme (NORM-, TCHEBYCHEFF- und RICHTUNGSMETHODE) gelöst werden, die alle über nicht-konvexe Mengen mit zum Teil nicht-konvexen Zielfunktionen definiert sind. Der Einsatz eines Lösungsalgorithmus, der nach der Gradienten Methode arbeitet (z.B. `fmincon` aus MATLAB), kann dabei in lokalen Optima hängen bleiben.

Ein sehr vielversprechender Algorithmus für globale Optimierung stellt SNOBFIT dar, der für MATLAB implementiert ist. Eine Beschreibung des Algorithmus ist in [HN] gegeben. Die Methode kombiniert eine „branching“ Strategie mit einer sequentiellen „Quadratic Programming“ Methode, die auf quadratischer Annäherung basiert und so lokal gute Ergebnisse erzeugt. Die Definition eines Konvergenzkriteriums wurde dem Benutzer überlassen. Dies ist in der Globalen Optimierung jedoch ein schwieriges Unterfangen und wurde für die hier beschriebene Implementierung mit einer maximalen Anzahl von Funktionsauswertungen umgesetzt.

Bei den hier beschriebenen Optimierungsproblemen zeigte sich, dass der SNOBFIT Algorithmus sehr langsam konvergierte und in vielen Fällen nicht das Optimum finden konnte. Jedoch war SNOBFIT in der Lage, die Umgebung des zulässigen Bereiches in der Nähe des Optimums schnell zu erreichen. Dies zeigt Abbildung 5.35 und 5.36 für ein einfaches Problem:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & x_1 \\
 \text{s.t.} \quad & 0 \leq -x_2 + 2.5 \\
 & 0 \leq -(x_1 - 0.5)^2 + x_2 + 4.5 \\
 & 0 \leq x_1 + x_2^2 \\
 & 0 \leq (x_1 + 1)^2 + (x_2 + 3)^2 - 1
 \end{aligned} \tag{5.26}$$

SNOBFIT ist ein stochastischer Lösungsalgorithmus und produziert deshalb für gewöhnlich die gleiche Lösung nicht zweimal. Darum wurde SNOBFIT mehrere Male aufgerufen, um einen Aufschluss über das Verhalten des Algorithmus zu erhalten (Abbildungen 5.35 und 5.36). Die schwarzen sternförmigen Markierungen gehören z.B. zu einem Optimierungslauf; jeder Punkt derselben Markierung stellt einen neu-

en besten Punkt dar, den SNOBFIT während des Optimierungslaufes gefunden hat, woraus der Fortschritt erkannt werden kann. Jeder weitere Optimierungslauf wurde mit einer anderen Farbe und Markierung gekennzeichnet. Der Startwert der in allen Läufen ist in Abbildung 5.35 mit dem schwarzen Pfeil markiert.

Für das hier beschriebene globale Generatoroptimierungsproblem bieten sich nun zwei Lösungen an. Man verwendet einen lokalen Lösungsalgorithmus und hofft, in jedem Optimierungsschritt das globale Optimum zu finden. Es gibt einen guten Grund, dass dies bei der in Abschnitt 5.5 beschriebenen Strategie gut funktionieren kann, da der Algorithmus fälschlicherweise berechnete lokale Optima tolerieren kann. Wird ein Punkt in die effiziente Menge aufgenommen (lokales Minimum), der nicht der Punkt der schlechtesten Approximation ist (globales Minimum), so gibt es weitere Möglichkeiten diesen Punkt zu finden. Bei der NORMMETHODE könnte eine Situation, wie in Abbildung 5.37 dargestellt, auftreten. Es gibt zwei mögliche Optima und das lokale aber nicht das globale wurde von dem Algorithmus gefunden. Der hinzugefügte Punkt (z_3) ist nicht der Punkt mit der schlechtesten Approximation (z_4). Jedoch besteht die Möglichkeit, dass der nicht gefundene Punkt im folgenden Schritt dazugefügt wird, wie im zweiten Bild zu sehen ist.

Eine andere Möglichkeit ist, den globalen Optimierungsalgorithmus SNOBFIT mit dem lokalen Optimierungsalgorithmus `fmincon` zu kombinieren. Mit SNOBFIT ist es möglich, in die Nähe des globalen Optimums zu gelangen und diese Lösung in einem folgenden Schritt als Startwert für den lokalen Optimierer zu verwenden. In Abbildungen 5.38 bis 5.41 sind zwei Beispiele einer bikriteriellen Generatoroptimierung gezeigt, bei denen SNOBFIT mit einer festen Anzahl von 200 Funktionsauswertungen aufgerufen wurde, um den dort gefundenen Punkt als Startwert für den lokalen Optimierer zu verwenden. Die angenäherte effiziente Menge mit und ohne Einbindung des globalen Optimierers SNOBFIT zeigt nur geringfügige Unterschiede. Nur die Verteilung der Punkte über die Annäherung ist verschieden.

Anders sieht es bei der Berechnung des Referenzpunktes z^0 aus, wie aus den Abbildungen 5.38 und 5.39, bzw. 5.40 und 5.41 entnommen werden kann. Für die Lösung der untersuchten Generatoroptimierungsprobleme scheint es demnach von keinem großen Nutzen zu sein, die zusätzliche Rechenzeit für den globalen Optimierer zu investieren. Lediglich für die Berechnung des Referenzpunktes z^0 und bei der Verwendung der RICHTUNGSMETHODE erscheint dies sinnvoll.

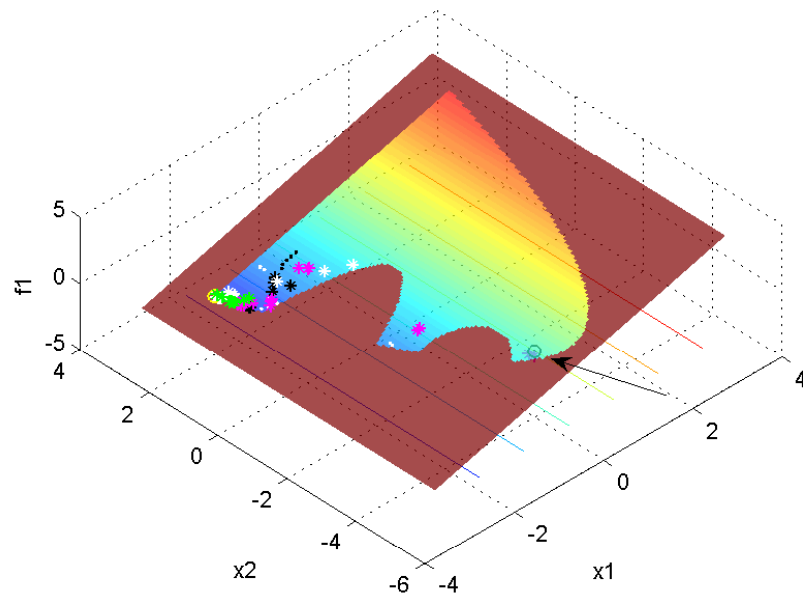


Abbildung 5.35.: Überblick über einige SNOBFIT Resultate für ein eingeschränktes Problem (5.26), der unzulässige Bereich ist in der Farbe braun dargestellt.

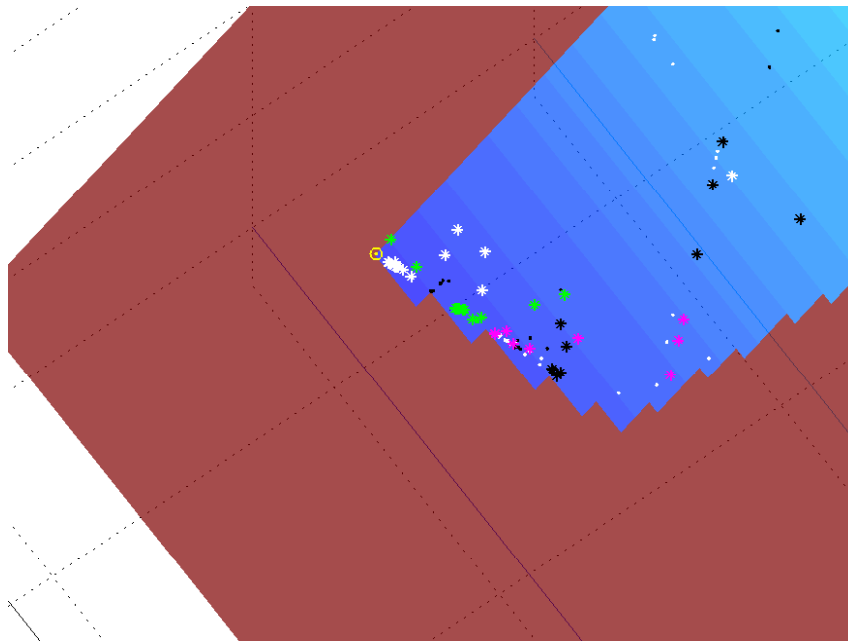


Abbildung 5.36.: Gebiet in der Nähe des globalen Optimums mit einigen SNOBFIT Resultaten für ein eingeschränktes Problem (5.26), das globale Optimum ist durch einen gelben Kreis markiert, der unzulässige Bereich ist in der Farbe braun dargestellt.

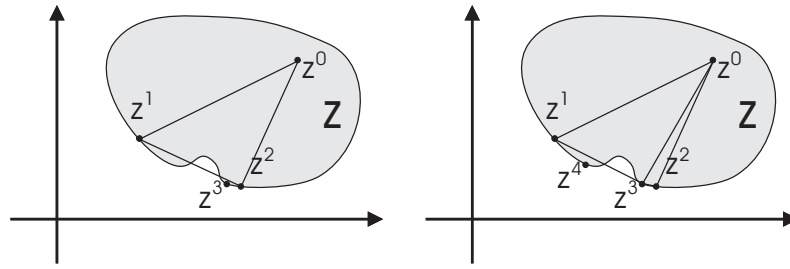


Abbildung 5.37.: Situation wo ein nicht globales Optimum zu der Approximation dazugefügt wird

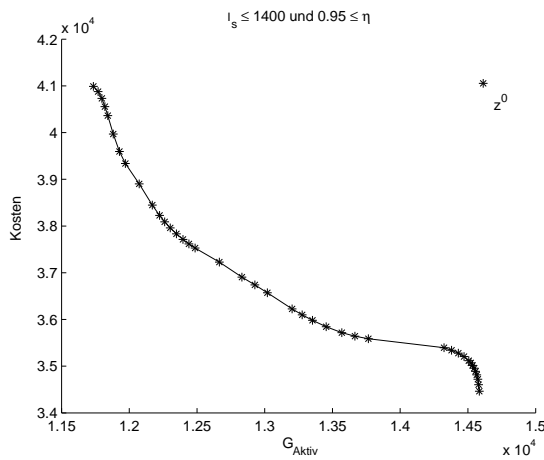


Abbildung 5.38.: Effiziente Menge von G_{Aktiv} und $Kosten$ berechnet ohne SNOBFIT

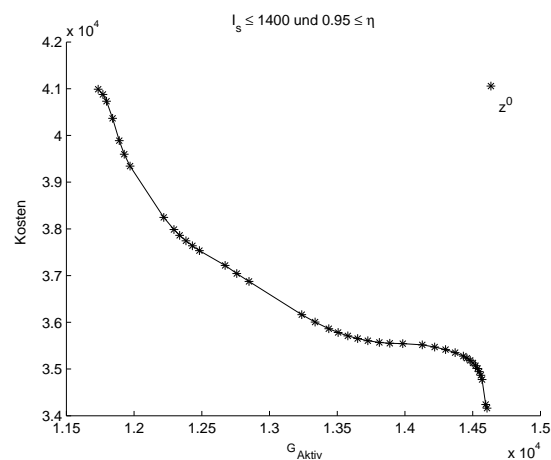


Abbildung 5.39.: Effiziente Menge von G_{Aktiv} und $Kosten$ berechnet mit SNOBFIT und lokalem Optimierer

5.5.4. Vergleich mit alternativem Lösungsansatz

Der hier beschriebene Algorithmus wurde mit einem alternativen Lösungsansatz, der Methode der Restriktionsformulierung (aus Abschnitt 5.4.1 auf Seite 88), für verschiedene bikriterielle Optimierungsprobleme verglichen. Die Methoden sind hier zum Vergleich *Restriktion* und *Bikrit* genannt. Zur Berechnung der effizienten Menge wird bei der Methode der Restriktionsformulierung eine der zwei Zielfunktionen ausgewählt und die andere in die Menge der Restriktionsfunktionen aufgenommen. Es werden nun Optimierungsrechnungen durchgeführt und dabei die rechte Seite der Restriktionsfunktion variiert. Wenn die zu optimierende Funktion mit der Restriktionsfunktion konkuriert, kann davon ausgegangen werden, daß die Restriktion den Wert der rechten Seite annimmt. Das Resultat kann dann in einem Graphen dargestellt werden, wobei auf der x-Achse die Werte der Restriktionsfunktion dargestellt

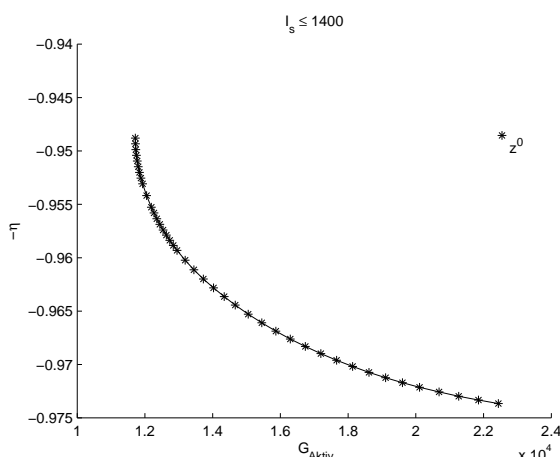


Abbildung 5.40.: Effiziente Menge von G_{Aktiv} and $-\eta$ berechnet ohne SNOBFIT

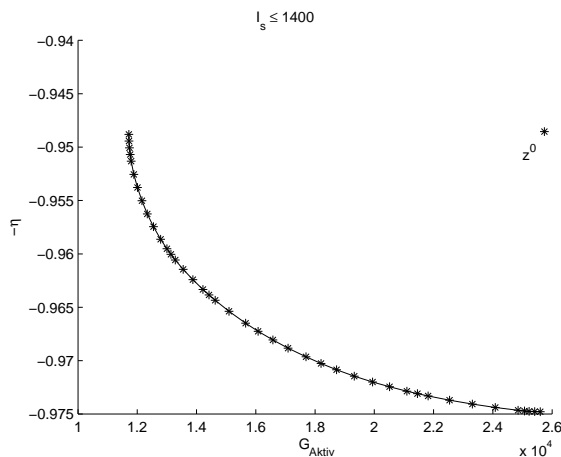


Abbildung 5.41.: Effiziente Menge von G_{Aktiv} and $-\eta$ berechnet mit SNOBFIT und lokalem Optimierer

werden.

Als Beispiel sind die effizienten Mengen von zwei bikriteriellen Optimierungen dargestellt (Abbildung 5.42), wobei das Gesamtgewicht bei der Methode *Restriktion* als variierte Restriktion gewählt wurde. Der Variationsbereich ist $G_{\text{Aktiv}} \leq \{12000, 12100, \dots, 18000\}$ kg.

Da bei der Methode *Restriktion* a priori nicht bekannt ist, in welchem Bereich sich die effiziente Menge befindet, kann es vorkommen, dass Punkte mehrfach berechnet werden (siehe Abbildung 5.42, links), oder dass nicht die gesamte effiziente Menge gefunden wird (Abbildung 5.42, rechts). Der Verlauf der effizienten Menge ist bei beiden Methoden gleich, so dass das Ergebnis als plausibel betrachtet werden kann.

Für Optimierungen mit mehr als zwei Zielfunktionen ist die Methode der Restriktionsformulierung jedoch nicht mehr praktikabel, eine Plausibilitätsüberprüfung kann somit nicht mehr stattfinden. Es können lediglich einzelne Punkte der effizienten Menge, welche mit dem hier vorgestellten mehrkriteriellen Lösungsalgorithmus berechnet wurden, nachgerechnet werden.

5.6. Beispiele in der Anwendung

In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie sich die Normierung, Wahl des Referenzpunktes und die Anzahl der zu bestimmenden Approximationspunkte auf die angenäherte effiziente Menge auswirkt. Dies wird an Hand von Beispielen verdeutlicht, bei denen die effiziente Menge für Optimierungsprobleme mit zwei Zielfunktionen

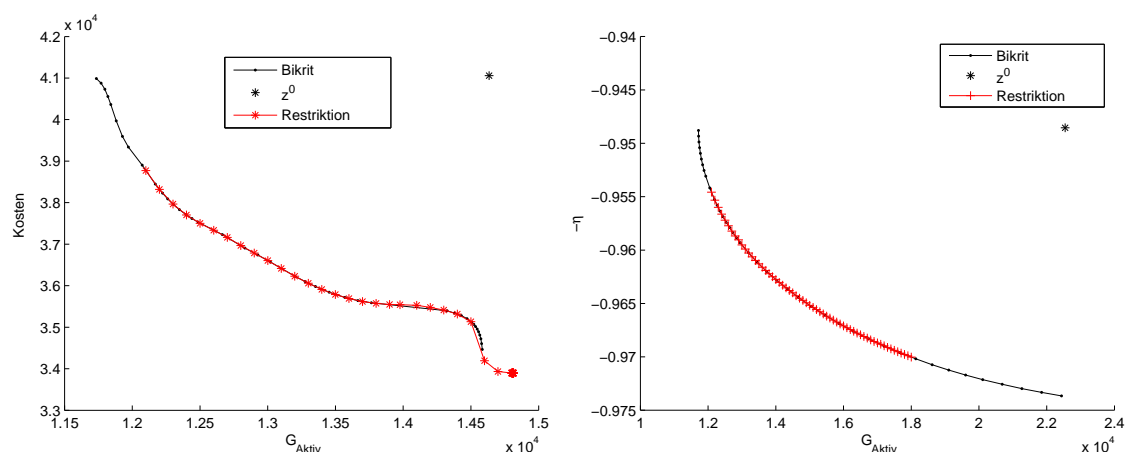


Abbildung 5.42.: Vergleich mit alternativem Lösungsansatz

(Kombinationen aus G_{Aktiv} , $Kosten$, η und k_{hN}) und Restriktion (I_s und η) bestimmt wurde. Die maximale Anzahl zu bestimmender Annäherungspunkte wurde auf $\text{maxConeNo} = 40$ gesetzt und der Referenzpunkt vom Algorithmus bestimmt.

Da die Funktionen η und k_{hN} maximiert werden sollten, wurden sie mit -1 multipliziert. Dies findet sich auch in der Darstellung wieder, damit die Graphen ein einheitliches Erscheinungsbild haben, die effizienten Mengen befinden sich damit immer am linken unteren Rand der Menge der zulässigen Kriterienvektoren.

5.6.1. Normierung

In Abschnitt 5.3 wurde erwähnt, dass eine Normierung der Zielfunktionen durchgeführt werden kann, um die unterschiedlichen Größenordnungen zwischen den Zielfunktionen (z.B. $G_{\text{Aktiv}} \approx 10^3$ und $k_{\text{hN}} \approx 1$) zu vermeiden. Dabei gibt es die Möglichkeit, einen Normierungswert vorzugeben oder die Wahl dieses Wertes dem Algorithmus zu überlassen. In diesem Fall wird auf den Referenzwert z^0 normiert. Ein Vergleich der Approximationen der effizienten Menge mit der für bikriterielle Optimierungsprobleme vorgestellten Methode ist für zwei unterschiedliche Kombinationen von Zielfunktionen in Abbildungen 5.43 und 5.44 dargestellt. Die Anzahl der Funktionsauswertungen mit und ohne Normierung ist in Tabelle 5.3 angegeben. Die Tabelle zeigt, dass die Anzahl der Funktionsauswertungen verringert werden kann, wenn die Größenordnungen der Zielfunktionswerte stark unterschiedlich sind (wie in G_{Aktiv} und $-\eta$, G_{Aktiv} und $-k_{\text{hN}}$, $Kosten$ und $-\eta$ und $Kosten$ und $-k_{\text{hN}}$).

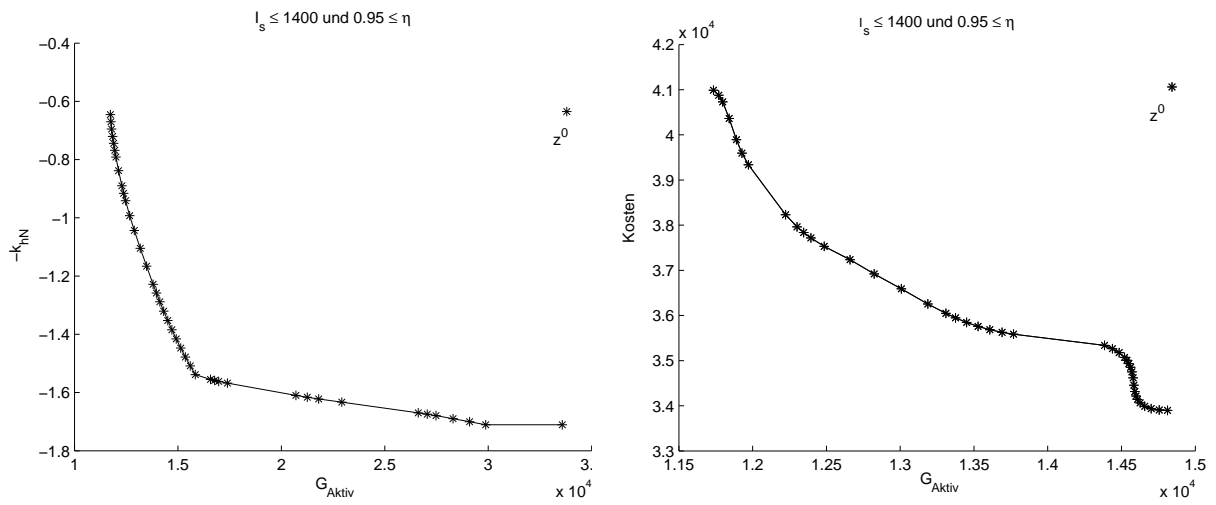
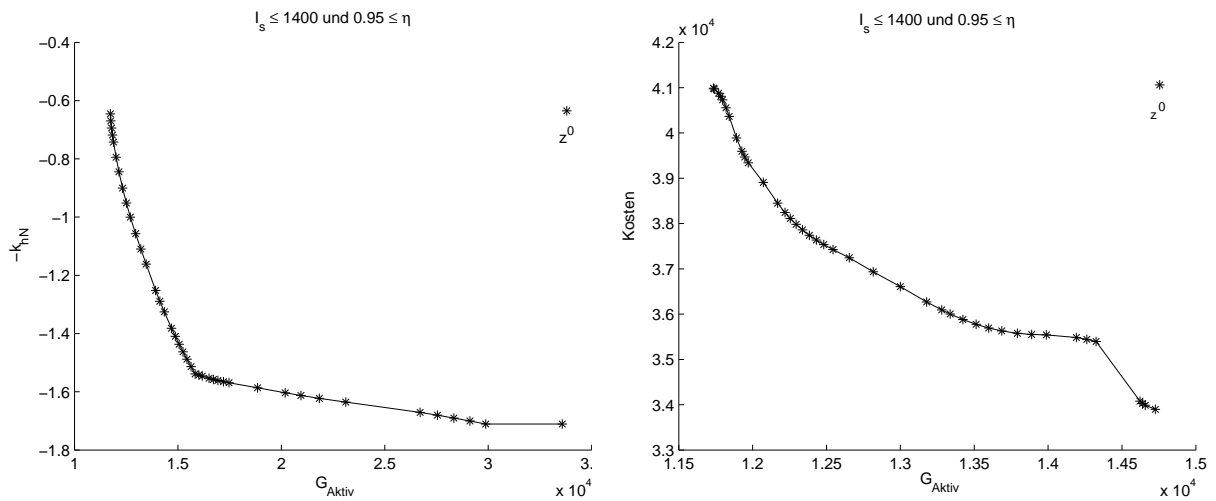
Abbildung 5.43.: Normierung mit den Koordinaten von z^0 

Abbildung 5.44.: Ohne Normierung

| Zielfunktionen | Anzahl der Funktionsauswertungen | |
|---|----------------------------------|------------------|
| | Normierung durch z^0 | keine Normierung |
| G_{Aktiv} und $Kosten$ | 14357 | 12129 |
| G_{Aktiv} und $-\eta$ | 3675 | 6252 |
| G_{Aktiv} und $-k_{\text{hN}}$ | 7075 | 11789 |
| $Kosten$ und $-\eta$ | 8618 | 12525 |
| $Kosten$ und $-k_{\text{hN}}$ | 9349 | 11598 |
| η und k_{hN} | 3681 | 3665 |

Tabelle 5.3.: Vergleich der Anzahl der Funktionsauswertungen mit und ohne Normierung

5.6.2. Anzahl der Approximationspunkte und Position des Referenzpunktes

Ein großer Vorteil dieses multikriteriellen Optimierungsalgorithmus gegenüber der Methode, die in [Sch02] vorgestellt wurde ist, dass jeder berechnete Punkt einen Punkt der effizienten Menge darstellt. Alle folgenden Punkte, die berechnet werden, verbessern den Verlauf der angenäherten effizienten Menge an den Stellen, wo die Abweichung zur effizienten Menge am größten ist. Dadurch kann, je nach Problemstellung, bereits nach einer geringen Anzahl von Punkten eine Aussage über den Verlauf der effizienten Menge getroffen werden. In Abbildungen 5.45 und 5.46 sind die Verläufe nach 10, 20, 30 und 40 Approximationspunkten für zwei verschiedene bikriterielle Optimierungsprobleme dargestellt. Man sieht, dass besonders bei konvexen Problemen (Abbildung 5.45) schon wenig Punkte die effiziente Menge gut approximieren. Bei nicht-konvexen Problemen (Abbildung 5.46) werden besonders die nicht-konvexen Gebiete erst mit weiteren Approximationspunkten gut angenähert.

Ein bestimmter zu untersuchender Teil der effizienten Menge kann durch die Position des Referenzpunktes z^0 fokussiert werden. Ein Beispiel dafür zeigt Abbildung 5.47 und 5.48.

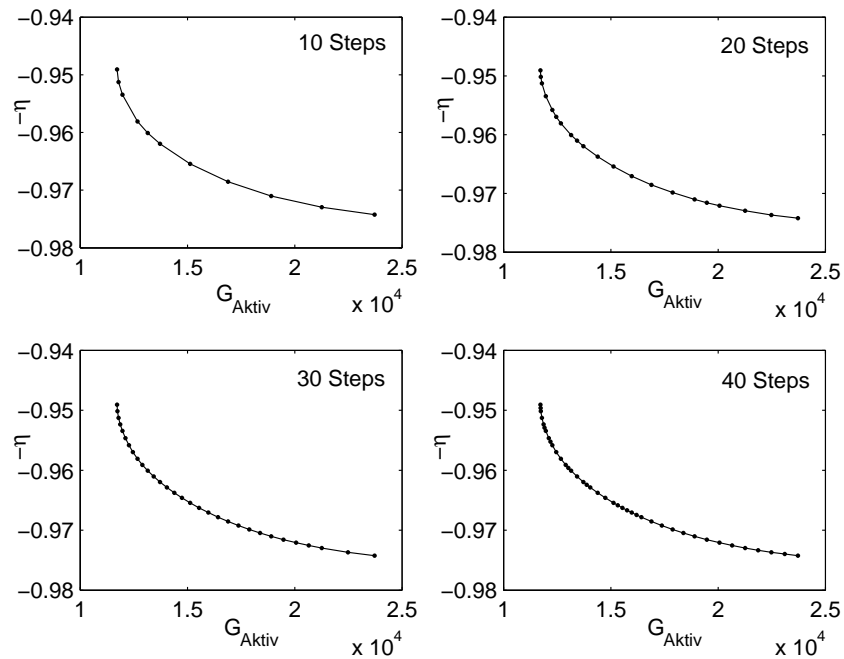


Abbildung 5.45.: Beispiel, wo nur wenige Approximationspunkte benötigt werden

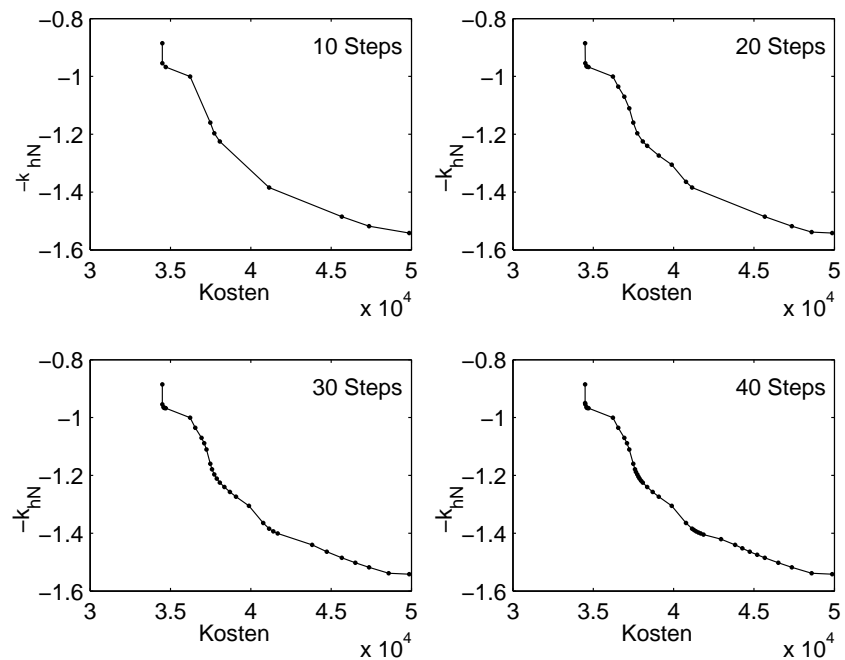


Abbildung 5.46.: Beispiel, wo zusätzliche Approximationspunkte mehr Information liefern

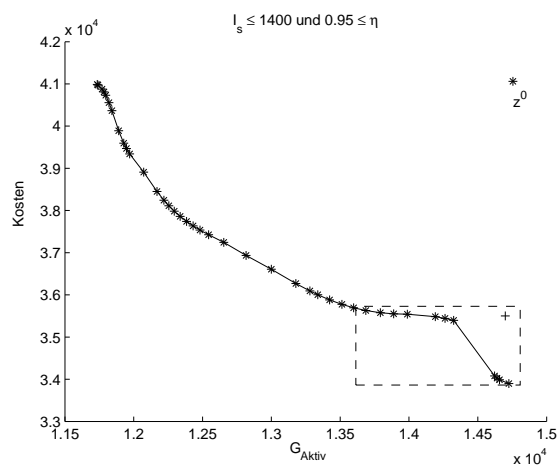


Abbildung 5.47.: Effiziente Menge von G_{Aktiv} und $Kosten$ aus Abbildung 5.44 auf Seite 113

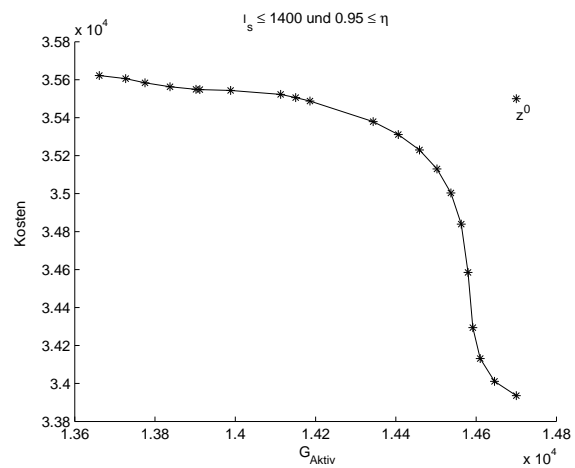


Abbildung 5.48.: Zoom in das Gebiet, welches durch das Rechteck in Abbildung 5.47 markiert wird

6. Optimierung — Resultate

Die vorgestellte multikriterielle Optimierungsmethode soll nun an einem konkreten Beispiel angewendet werden. Die Problemstellung wurde bereits kurz in Kapitel 5.2 erläutert.

6.1. Beschreibung des Optimierungsproblems

Gesucht ist ein Generator mit der elektrischen Nennleistung $P_N = 5,3 \text{ MW}$. Dabei sollen Phasenstrom (I_s), Gewicht der aktiven Massen (Magnete, Kupfer und Eisen zusammengefasst in G_{Aktiv}) und *Kosten* (nach einer speziellen Kostenfunktion, siehe Gleichung 6.2) minimiert, sowie Nennwirkungsgrad (η) maximiert werden. Da man noch in der Anfangsphase der Projektplanung ist, sollen zuerst noch keine Einschränkungen bezüglich der Zielfunktionen Gewicht, Kosten und Nennwirkungsgrad gemacht werden, damit ein guter Überblick über das *Kosten-Nutzen* Verhältnis aller genannten Zielfunktionen gewonnen werden kann. Das heißt jedoch nicht, dass diese Zielfunktionen nicht aus konstruktiven Gründen beschränkt sind. Als einzige Restriktion sei der maximale Phasenstrom gewählt, da dieser Wert in Abhängigkeit des verwendeten Umrichters diskret variiert. Da solch ein Umrichter in der Regel aus parallelgeschalteten Umrichtermodulen aufgebaut wird, ergeben sich Beispielsweise (für ein 640 A Umrichtermodul) die in Tabelle 6.1 aufgeführten Stromgrenzen. Abbildung 5.2 auf Seite 76 zeigte bereits, dass unter 5000 A so gut wie keine Lösung existiert. Somit reicht es aus, die Betrachtung für 8, 9 und 10 Module anzustellen.

| | 640 A Modulgröße |
|-----------|--------------------|
| Modulzahl | Umrichterstrom / A |
| 7 | 4480 |
| 8 | 5120 |
| 9 | 5760 |
| 10 | 6400 |

Tabelle 6.1.: Mögliche Umrichterströme durch Parallelschaltung von Modulen

Die wesentlichen Spezifikationen des Generators seien in tabellarischer Form in

Tabelle 6.2 aufgeführt. Dabei ist anzumerken, dass anstelle eines maximalen Außendurchmessers der Luftspaltdurchmesser angegeben ist. Wie vorher erwähnt, ist der maximale Außendurchmesser aus Transportgründen begrenzt. Da hier jedoch ein Außenläufer betrachtet wurde, hat der Parametervektor nur durch die Komponente Magnethöhe einen Einfluss auf den Außendurchmesser und dieser ist nicht sehr groß. Der Grund dieser Betrachtungsweise war, dass bei einem festen Luftspaltdurchmesser das leistungsbezogene „Upscaling“ einer ausgewählten Blechschnittgeometrie mit einem reduzierten Parametervektor untersucht werden konnte.

| | | |
|--|--|---|
| elektrische Nennleistung | P_{el} | 5,3 MW |
| Nenndrehzahl | n_N | 12 min^{-1} |
| max. Überdrehzahl | n_{max} | $16,2 \text{ min}^{-1}$ |
| Nennspannung | U_{sN} | $\leq 690 \text{ V}$ |
| maximale Spannung (@ n_{max} , Leerlauf) | U_{max} | Variante 1: $\leq \infty$ Variante 2: $\leq 760 \text{ V}$ |
| Luftspaltdurchmesser | D_{si} | 4800 mm |
| Luftspaltweite | δ | 6 mm |
| Nennwirkungsgrad @ 95°C | η_N | $> 95\%$ |
| mit. Ständertemperatur für Magnetkreisberechnung | $T_{m,s}$ | 95°C |
| Magnettemperatur für Magnetkreisberechnung | T_{Mag} | 60°C |
| maximales Kurzschlussmoment | $M_{k,max}$ | $< 2,5 \cdot M_N$ |
| Rotoranordnung | Außenläufer | |
| Nutform | Rechtecknut | |
| Wicklungsausführung | Formspule, Zweischicht | |
| Schrägung | 1 Nutteilung | |
| Erregung | Permanentmagnete, radiale Magnetisierung | |
| Anzahl der Phasen | 3, Sternschaltung | |
| Anschluss | gesteuerter IGBT Gleichrichter | |
| Kühlung | Wassermantelkühlung | |

Tabelle 6.2.: Spezifikationen des untersuchten Generatoroptimierungsproblems

Der Nachteil bei permanenterregten Synchrongeneratoren ist, dass die Erregung nicht abgeschaltet werden kann. Daher muss man bei der Generatorauslegung berücksichtigen, wie hoch die maximal auftretende Klemmenspannung sein darf. Diese Spannung tritt im Leerlauf bei maximaler Überdrehzahl auf. Ist im Gleichrichter eine Schutzvorrichtung für Überspannung realisiert¹, so ist die maximale Genera-

¹Solch eine Schutzvorrichtung kann, je nach geforderter Spezifikation z.B. mit einem Leistungs- oder Trennschalter (maschinenseitiger Umrichter wird vom Generator bei einer zu hohen Zwischenkreisspannung getrennt), oder einer *Crowbar* (Generator wird bei einer zu hohen Zwischenkreisspannung kurzgeschlossen, eventuell über einen Widerstand) realisiert werden.

torspannung nicht begrenzt und die Wicklung kann so ausgelegt werden, dass der Generator bei Nennleistung mit der Umrichternennspannung betrieben wird (siehe Variante 1 in Tabelle 6.2). Solch eine Schutzvorrichtung ist allerdings kostenintensiv und deshalb wurde zusätzlich eine Variante 2 untersucht, bei der die maximal auftretende Klemmenspannung auf $U_{\max} \leq 760 \text{ V}$ begrenzt ist.

Zusätzlich getroffene Annahmen sind in Tabelle 6.3 angegeben. Tabelle 6.11 auf Seite 144 gibt Kenngrößen für das verwendete Elektroblech an, welche für die Eisenverlustberechnung (nach der klassischen semiempirischen Methode, siehe Anhang A.2 auf Seite 163) verwendet wurden. Die Parameter des verwendeten Magnetmaterials sind in Tabelle 6.4 aufgelistet.

| | | |
|-------------------|-----------------|-------------|
| Rückenhöhe Rotor | h_{Rr} | 40 mm |
| Rückenhöhe Stator | h_{Rs} | 50 mm |
| Stromflusswinkel | ψ | 170° |
| Polbedeckung | α | 0,75 |

Tabelle 6.3.: Zusätzlich getroffene Annahmen

| | | |
|---|------------------------------------|---------------------------|
| Remanenzflussdichte | $B_r @ 20^\circ\text{C}$ | 1,39 T |
| Koerzitivfeldstärke | $H_{\text{cJ}} @ 20^\circ\text{C}$ | 1490 kA/m |
| relative Permeabilität | μ_r | 1,05 |
| Temperaturkoeffizient der magn. Flussdichte | $Tk(B_r)$ | $-0,095\%/^\circ\text{C}$ |
| Temperaturkoeffizient der Koerzitivfeldstärke | $Tk(H_{\text{cJ}})$ | $-0,64\%/^\circ\text{C}$ |
| elektrische Leitfähigkeit | κ_{Mag} | $0,75 \text{ S m/mm}^2$ |
| effektive elektrische Leitfähigkeit des Magnetmaterials | $\kappa_{\text{Mag,eff}}$ | $0,5 \text{ S m/mm}^2$ |
| Magnetlänge eines Teilmagneten in axialer Richtung | l_{Mag} | 60 mm |
| Magnetbreite eines Teilmagneten | l_{Mag} | 30 mm |
| Dichte | ρ_{Mag} | $7,7 \text{ kg/dm}^3$ |

Tabelle 6.4.: Parameter des verwendeten Magnetmaterials

In dem hier vorgestellten Beispiel wurde angenommen, dass die mittlere Magnet- und Wicklungstemperatur bei Nennbetrieb unabhängig vom Parametervektor \vec{x} , d.h. für alle Blechschnittgeometrien gleich ist. Die Magnettemperatur nimmt dabei Einfluss auf die Remanenzflussdichte B_r und damit auf die Koerzitivfeldstärke H_{cJ} und die Wicklungstemperatur nimmt Einfluss auf die Stromwärmeverluste und damit auf den Wirkungsgrad η . Dies war eine Forderung des Auftraggebers eines ausgeführten Projektes. Für eine alternative Betrachtungsweise besteht auch die Möglichkeit, die Magnetkreisberechnung mit einer thermischen Berechnung zu koppeln, um bei vorgegebenen Kühlungsparametern den Einfluss der Blechschnittgeometrie auf die Temperaturverteilung im Generator zu berücksichtigen.

Als Parametervektor wurde gewählt

$$\vec{x} = (p', h_{\text{Mag}}, k_{\text{bN}}, k_{\text{hN}}, A \cdot J)^T$$

und damit die in Tabelle 5.1 auf Seite 72 beschriebene Parametervariationsrechnung durchgeführt. Die Schrägung wurde mit einem analytischen Schrägungsfaktor berücksichtigt, um Rechenzeit einzusparen. Die Generatorlänge wurde berechnet, um die geforderte Generatorleistung zu erreichen und die Wicklung so dimensioniert, dass die Generatorspannung nach Variante 1 oder 2 eingestellt wurde. Als Restriktionen wurden ein Mindestwirkungsgrad von $\eta \geq 95\%$ und der maximale Umrichterstrom genannt. Der Wirkungsgrad wurde bei der Optimierungsrechnung allerdings nicht als Restriktionsfunktion aufgenommen, um den Verlauf der effizienten Menge nicht einzuschränken. Somit blieb als einzige Restriktionsfunktion der maximale Umrichter- oder Generatorstrom I_s , welcher für die in Tabelle 6.1 genannten Werte variiert wurde.

Als Zielfunktionen wurden minimales Gewicht der aktiven Massen, minimale Kosten nach einer spezifischen Kostenfunktion (Material- und Herstellungskosten) und maximaler Wirkungsgrad gewählt. Damit formuliert sich das Generatoroptimierungsproblem zu:

$$\min \quad \vec{f}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} G_{\text{Aktiv}}(\vec{x}) \\ \text{Kosten}(\vec{x}) \\ -\eta(\vec{x}) \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

$$\text{s.t.} \quad \vec{x} \in X,$$

$$\vec{x}_u \leq \vec{x} \leq \vec{x}_o$$

$$\vec{g}(\vec{x}) = I_s(\vec{x})/A - [5120, 5760, 6400] \leq 0$$

mit

$$U_{\text{sN}}(\vec{x}) \leq 690 \text{ V}$$

$$\text{Variante 1: } U_{\text{s0,max}}(\vec{x}) \leq \infty$$

$$\text{Variante 2: } U_{\text{s0,max}}(\vec{x}) \leq 760 \text{ V}$$

Die Kostenfunktion hat dabei die Form

$$\begin{aligned} \text{Kosten}(\vec{x}) = & G_{\text{Magnet}}(\vec{x}) \cdot c_{\text{Magnet}} + G_{\text{StCu}}(\vec{x}) \cdot c_{\text{Cu}} + G_{\text{Fe}}(\vec{x}) \cdot c_{\text{StFe}} \\ & + G_{\text{RoFe}}(\vec{x}) \cdot c_{\text{RoFe}} + n_{\text{Spulen}}(\vec{x}) \cdot c_{\text{Spulen}} \end{aligned} \quad (6.2)$$

wobei c die spezifischen Kosten pro kg oder im Fall der Wicklungskosten pro Spule darstellt. Die verwendeten Werte dürfen aus vertraulichen Gründen an dieser Stelle nicht genannt werden.

Theoretisch sind beliebig viele Zielfunktionen möglich, jedoch wird es bei mehr als drei Zielfunktionen schwierig, das erzielte Resultat zu interpretieren und Schlüsse daraus zu ziehen. In den folgenden Abschnitten werden die Ergebnisse aus den Optimierungsrechnungen vorgestellt. In Abschnitt 6.2 wird die *effiziente* Menge und *Pareto* Menge des multikriteriellen Optimierungsproblems, hier für $m = 3$, sowie für bikriterielle Optimierungsprobleme, bei denen die Zielfunktion η als Restriktionsfunktion betrachtet wurde, dargestellt. Die *effiziente* Menge lässt sich dafür in einem dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystem gut darstellen. Zur besseren Visualisierung wird der dreidimensionale Verlauf in die xy-, yz- und xz-Ebene projiziert, gekennzeichnet mit grauen Punkten. Die dazugehörige *Pareto* Menge (d.h. die einzelnen Parameter von \vec{x}) können in solch einem Graphen mit Hilfe einer Farbskala dargestellt werden. Dies ermöglicht natürlich nur einen groben Überblick über den Verlauf eines Parameters, jedoch ist dies für den Entscheidungsprozess „Suche nach dem optimalen Generator“ unerheblich.

6.2. Effiziente Menge des multi- bzw. bikriteriellen Optimierungsproblems

Abbildungen 6.1 bis 6.4 zeigen die *effizienten* Mengen zu Optimierungsproblem 6.1 für Variante 1 mit der Restriktionsfunktion (Rf) des maximalen Generatorstroms von $I_s \leq 5120 \text{ A}$ und $I_s \leq 5760 \text{ A}$ und Variante 2 mit $I_s \leq 5760 \text{ A}$ und $I_s \leq 6400 \text{ A}$. Für Variante 1 wurde keine Berechnung für $I_s \leq 6400 \text{ A}$ durchgeführt, da bereits bei $I_s \leq 5760 \text{ A}$ ersichtlich ist (siehe Abbildung A.5 auf Seite 180), dass diese Restriktion nicht zum Einsatz kommt. Für Variante 2 existiert bei Restriktion $I_s \leq 5120 \text{ A}$ keine Lösung. Wie in Abschnitt 5.5.2 beschrieben, stellt die effiziente Menge eines multikriteriellen Optimierungsproblems mit drei Zielfunktionen eine Fläche im \mathbb{R}^3 dar. In den genannten Abbildungen kommt diese Fläche (approximiert durch die schwarzen Punkte) von *hinten-unten* nach *vorne-oben* dem Betrachter entgegen. Die Projektion dieser Fläche in die drei Ebenen stellt wiederum eine Fläche dar (breiter

Streifen), da die Fläche der effizienten Menge nach allen Seiten eine Krümmung aufweist. Naturgemäß ergibt ein beliebiger Schnitt durch diese Fläche eine Schnittmenge in Form einer Linie im Raum. Solch ein Schnitt kann z.B. durchgeführt werden, in dem eine der drei Zielfunktionen als zusätzliche Restriktion behandelt wird. Dies gilt jedoch nur unter der Voraussetzung, dass es sich um Ziele handelt, die gegenläufig sind, d.h. dass diese Restriktion auch zur Anwendung gelangt.

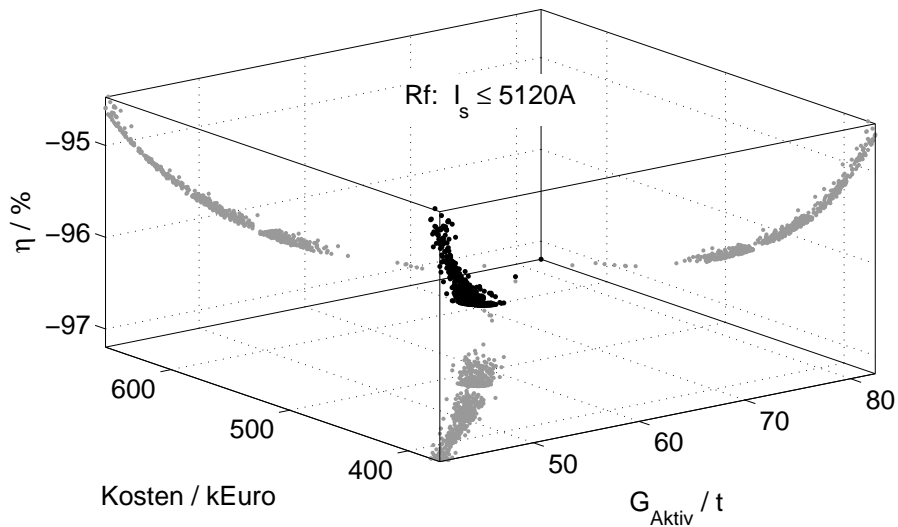


Abbildung 6.1.: Effiziente Menge für Optimierungsproblem 6.1, Variante 1, mit Rf: $I_s \leq 5120 \text{ A}$

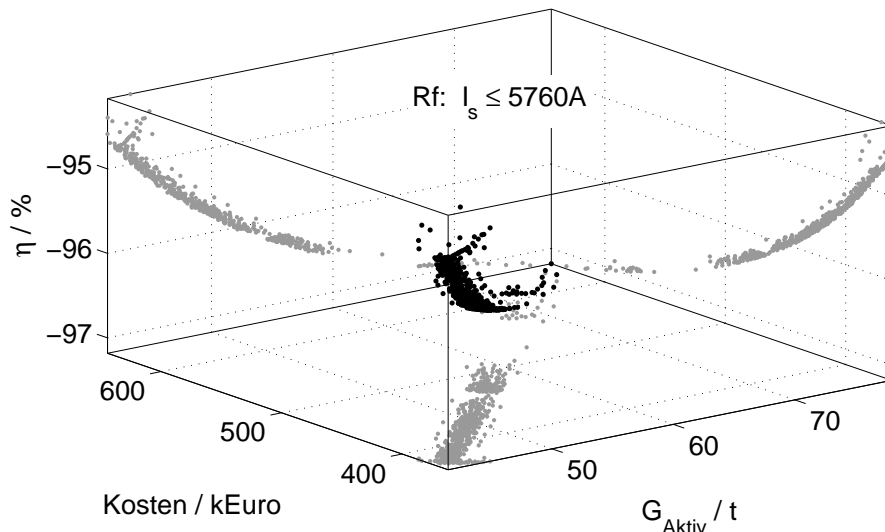


Abbildung 6.2.: Effiziente Menge für Optimierungsproblem 6.1, Variante 1, mit Rf: $I_s \leq 5760 \text{ A}$

Ein Beispiel dafür ist für Variante 1 mit $I_s \leq 5120 \text{ A}$, wenn als zusätzliche Restriktion $\eta \geq 95\%$ bzw. $\eta \geq 96\%$ gewählt wird, in Abbildung 6.5 bzw. 6.6 dargestellt.

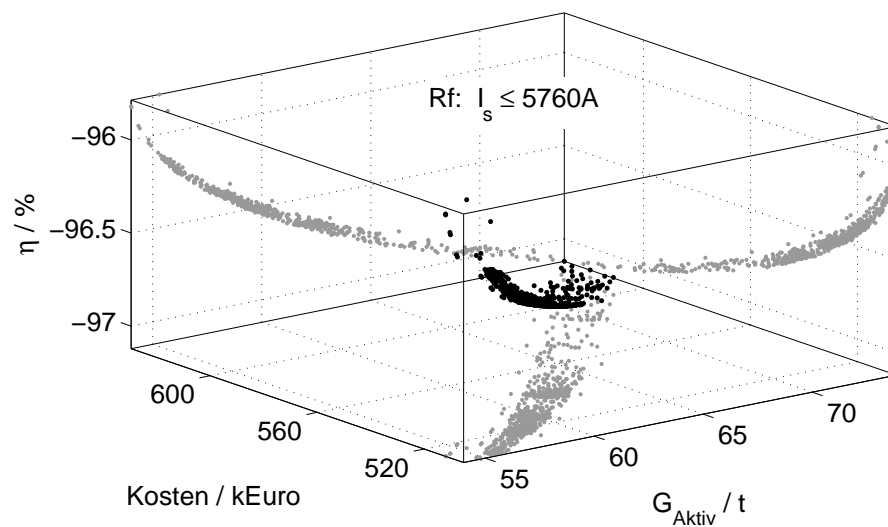


Abbildung 6.3.: Effiziente Menge für Optimierungsproblem 6.1, Variante 2, mit Rf: $I_s \leq 5760 \text{ A}$

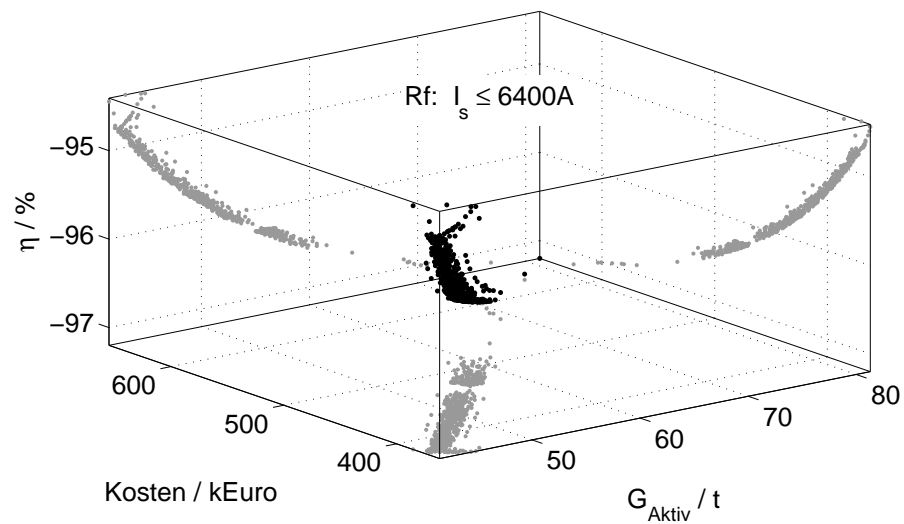


Abbildung 6.4.: Effiziente Menge für Optimierungsproblem 6.1, Variante 2, mit Rf: $I_s \leq 6400 \text{ A}$

Es fällt auf, dass bei der mehrkriteriellen Optimierung nach Optimierungsproblem 6.1 die Kosten sich verringern, wenn sich das Gewicht verringert. Der Wirkungsgrad η nimmt dabei ab. Wenn der Wirkungsgrad bei der bikriteriellen Optimierung als Restriktion gehandhabt wird, so verhalten sich Kosten und Gewicht gegenläufig, sofern der Wirkungsgrad η konstant ist (z.B. wenn Restriktion aktiv ist), was für diese Beispiele gilt.

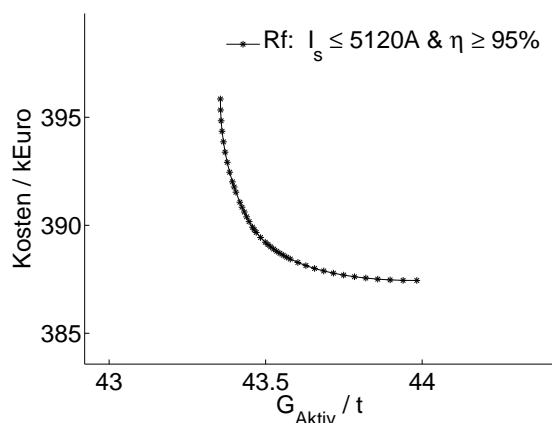


Abbildung 6.5.: Effiziente Menge für bikriterielles Optimierungsproblem, Variante 1 mit $\eta \geq 95\%$ als Rf

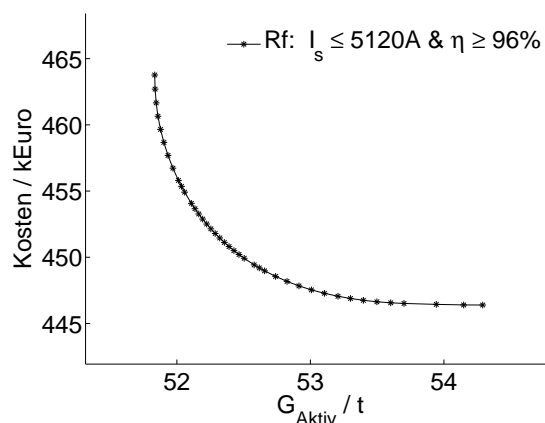


Abbildung 6.6.: Effiziente Menge für bikriterielles Optimierungsproblem, Variante 1 mit $\eta \geq 96\%$ als Rf

Ein Vergleich zwischen den verschiedenen Varianten und Strömen ist in Abbildungen 6.7 bis 6.10 für die multikriterielle Optimierung zu sehen. Hier sind nur die Projektionen von jeweils zwei effizienten Mengen dargestellt und mit unterschiedlichen Farben gekennzeichnet. Der Vergleich für die bikriterielle Optimierung bei verschiedenen Wirkungsgraden ist in Abbildungen 6.11 bis 6.14 zu sehen.

Bei Variante 1 (Abbildung 6.7 und 6.11) erkennt man, dass der Verlauf der effizienten Mengen weitgehend identisch ist. Ein Unterschied ist nur bei kleinen Wirkungsgraden im Bereich geringer Kosten bei gleichzeitig geringem Gewicht vorhanden, da dort erst die Restriktion Generatorstrom $I_s \leq 5120$ A aktiv wird (siehe Abbildungen 6.16 und A.5 auf Seite 180). Der Einsatz des größeren Umrichters ist somit eher ungerechtfertigt.

Vergleicht man die Ergebnisse von Variante 2 (Abbildung 6.8 und 6.12), so ist der Einsatz des größeren Umrichters durchaus gerechtfertigt, da damit die Kosten des Generators erheblich gesenkt werden können.

Wird die Entscheidung, ob der Generator nach Variante 1 oder 2 gebaut werden soll, aus finanziellen Gründen getroffen, so sieht man in Abbildung 6.9 und 6.13, dass Kosten, Gewicht und Wirkungsgrad der optimalen Generatoren im Vergleich zwischen Variante 1 und 2 bei $I_s \leq 5120$ bzw. 6400 A sich gleich verhalten. Damit

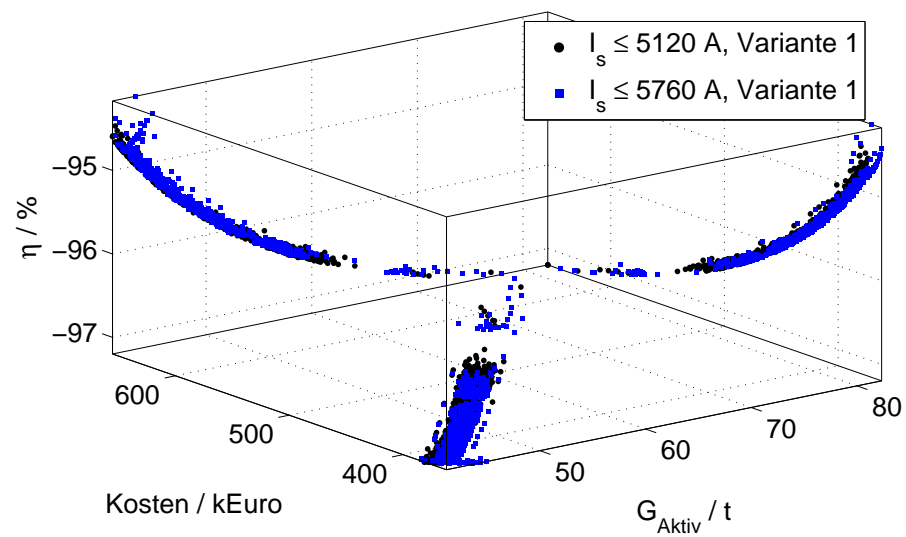


Abbildung 6.7.: Effiziente Menge für Optimierungsproblem 6.1, Variante 1 mit Rf: $I_s \leq 5120 \text{ A}$ und $I_s \leq 5760 \text{ A}$

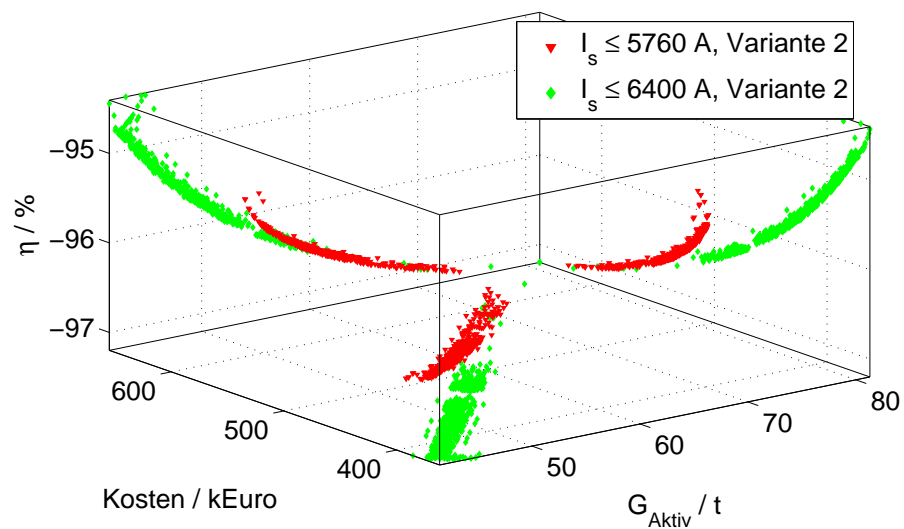


Abbildung 6.8.: Effiziente Menge für Optimierungsproblem 6.1 Variante 2, mit Rf: $I_s \leq 5760 \text{ A}$ und $I_s \leq 6400 \text{ A}$

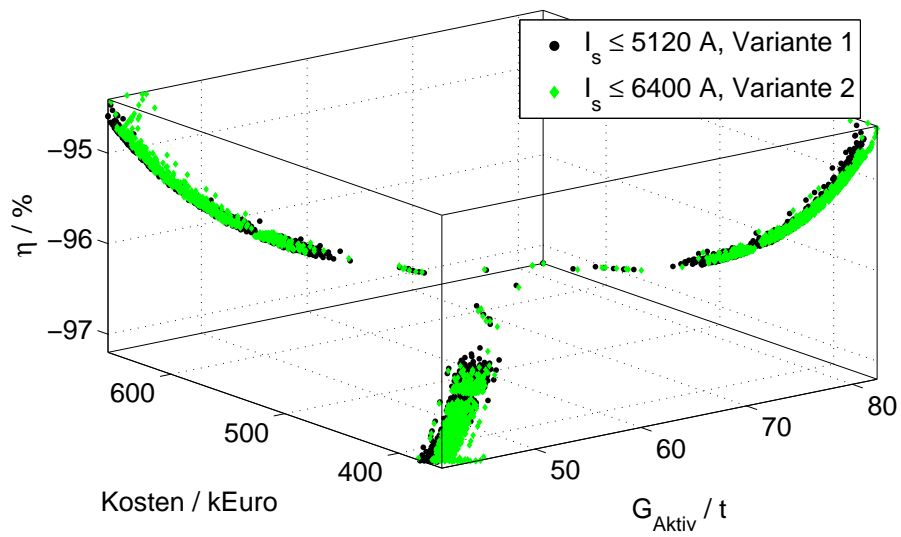


Abbildung 6.9.: Effiziente Menge für Optimierungsproblem 6.1, Variante 1 mit Rf: $I_s \leq 5120 \text{ A}$ und Variante 2 mit Rf: $I_s \leq 6400 \text{ A}$

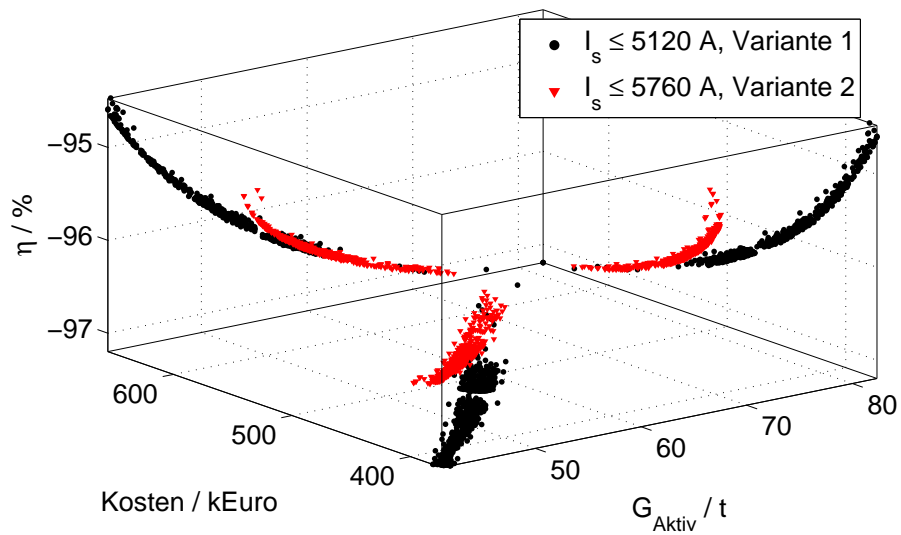


Abbildung 6.10.: Effiziente Menge für Optimierungsproblem 6.1, Variante 1 mit Rf: $I_s \leq 5120 \text{ A}$ und Variante 2 mit Rf: $I_s \leq 5760 \text{ A}$

bestimmt die Differenz aus Kosten der Schutzvorrichtung gegen Überspannung (Variante 1) und Mehrkosten des größeren Umrichters (+ 2 Module, Variante 2) den finanziellen Mehraufwand.

Vergleicht man Variante 1 bei $I_s \leq 5120$ A mit Variante 2 bei $I_s \leq 5760$ A (siehe Abbildung 6.10 und 6.14), so erkennt man, dass die Entscheidung, nach welcher Variante der Generator gebaut werden soll, entscheidend davon abhängt, welcher Mindestwirkungsgrad, welches Maximalgewicht oder welche Maximalkosten für das Projekt angesetzt sind.

Die Parameter der Pareto-Menge sowie einige charakteristische Generatorkenngrößen wie Phasenstrom, Blechpaketlänge, Nuthöhe und -breite, Magnetgewicht, Leistungsfaktor, Luftspaltflussdichte, Gesamt- Eisen- und Kupferverluste, Kraftdichte, maximale Phasenspannung und Phasennennspannung sind in Abschnitt 6.2.1 in Abbildung 6.15 bis 6.17 für das multikriterielle Optimierungsproblem bei Variante 1 mit $I_s \leq 5120$ A dargestellt. Die Parameter der Pareto-Menge, sowie charakteristische Generatorkenngrößen für das bikriterielle Optimierungsproblem bei Variante 1 mit $I_s \leq 5120$ A und $\eta \geq 95\%$, sind in Abschnitt 6.2.2 in Abbildung 6.18 bis 6.20 dargestellt. Die Parameter und charakteristische Generatorkenngrößen für die restlichen Varianten sind in Anhang A.5 aufgeführt.

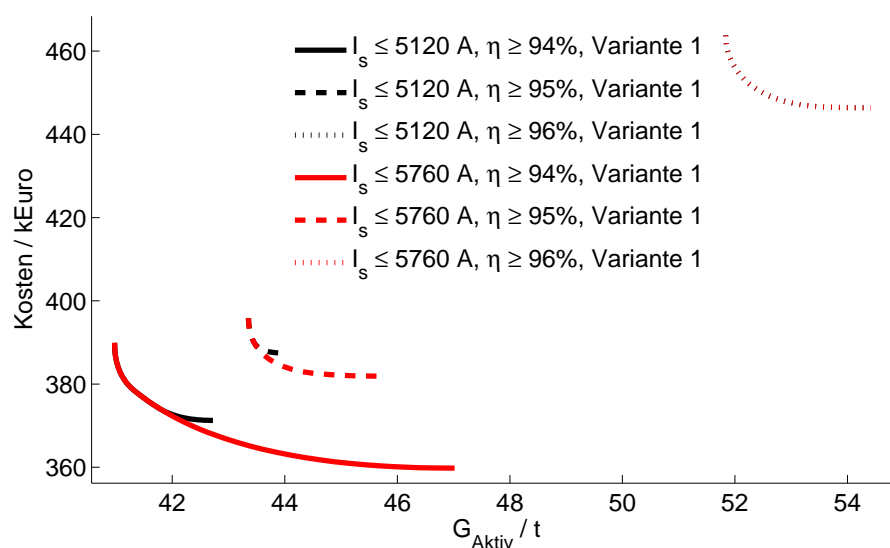


Abbildung 6.11.: Effiziente Menge für bikriterielles Optimierungsproblem, Variante 1 mit $\eta \geq 94, 95$ und 96% und $I_s \leq 5120$ bzw. 5760 A als Rf

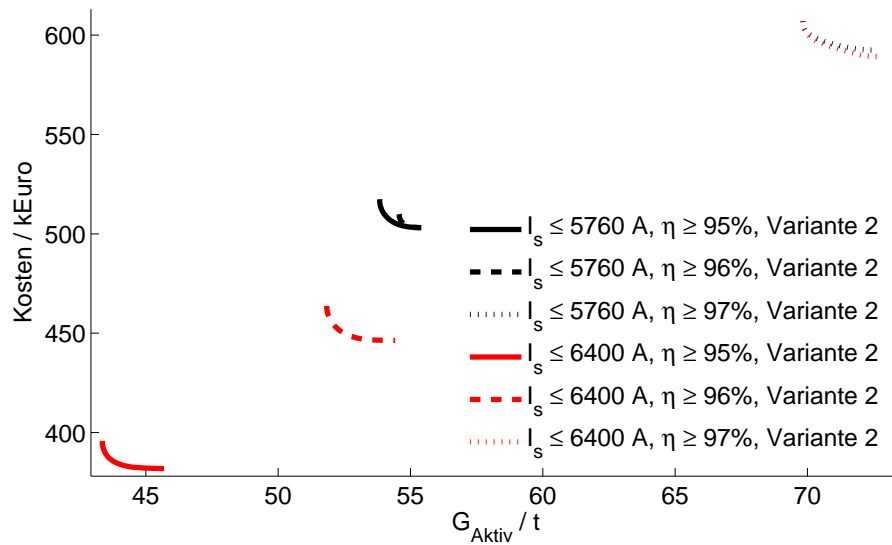


Abbildung 6.12.: Effiziente Menge für bikriterielles Optimierungsproblem, Variante 2 mit $\eta \geq 95, 96$ und 97% und $I_s \leq 5760$ bzw. 6400 A als Rf

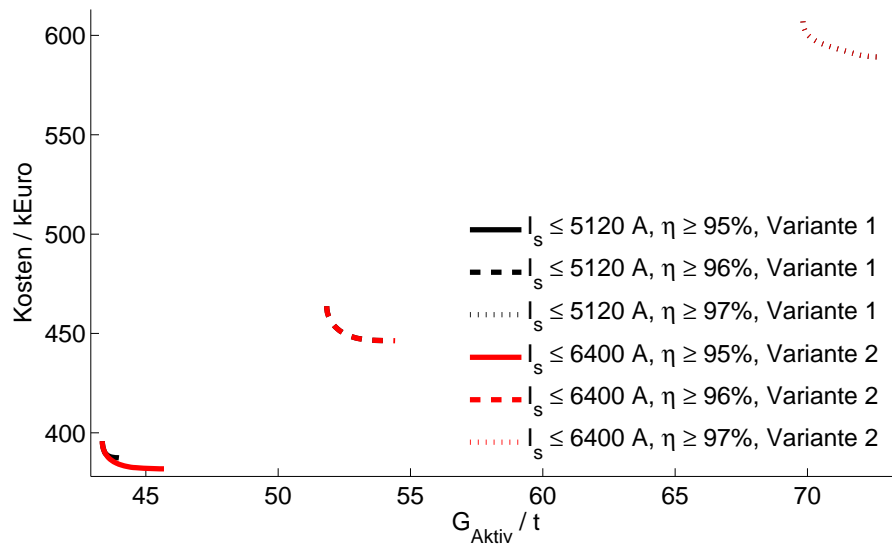


Abbildung 6.13.: Effiziente Menge für bikriterielles Optimierungsproblem, Variante 1 und 2 mit $\eta \geq 95, 96$ und 97% und $I_s \leq 5120$ bzw. 6400 A als Rf

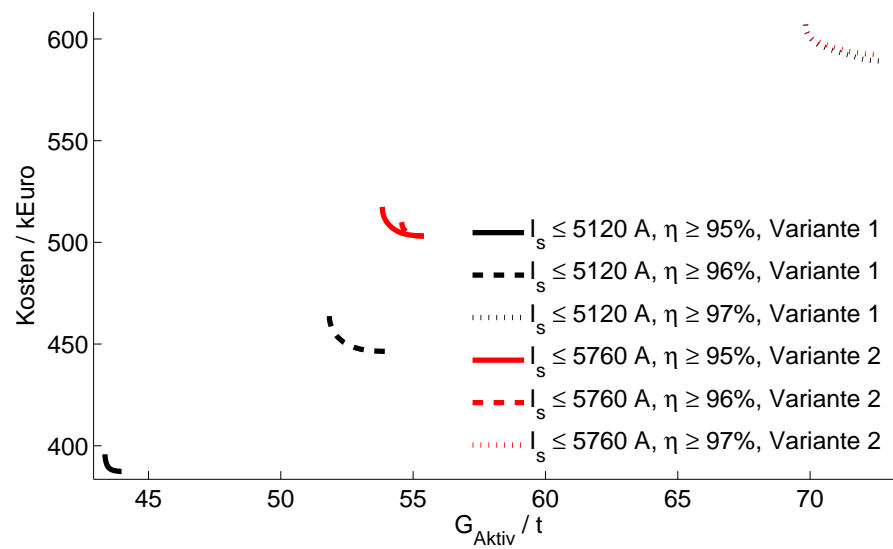


Abbildung 6.14.: Effiziente Menge für bikriterielles Optimierungsproblem, Variante 1 und 2 mit $\eta \geq 95, 96$ und 97% und $I_s \leq 5120$ bzw. 5760 A als Rf